



UNIVERZITET CRNE GORE
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET U PODGORICI

BSc Petar Radović

**DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE
RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG
POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM
POSTROJENJIMA**

MASTER RAD

Podgorica, 2025. godine

PODACI I INFORMACIJE O STUDENTU

Ime i prezime: Petar Radović

Datum i mjesto rođenja: 07.04.2000. godine, Nikšić, Crna Gora

Naziv završenog osnovnog studijskog programa i godina završetka studija: Energetika i automatika, 2023. godina.

INFORMACIJE O MASTER RADU

Naziv master studija: Elektroenergetski sistemi

Naslov rada: Doprinos određivanju prostorne raspodjele električnog i magnetnog polja u visokonaponskim razvodnim postrojenjima.

Elektrotehnički fakultet UCG, Podgorica

OCJENA I ODBRANA MASTER RADA

Datum prijave master rada: 04.09.2025. godine

Datum sjednice Vijeća na kojoj je prihvaćena tema: 09.09.2025 godine

Komisija za ocjenu/odbranu rada:

1. Prof. dr Ana Jovanović, ETF Podgorica, predsjednik,
2. Prof. dr Vladan Radulović, ETF Podgorica, mentor,
3. Prof. dr Vesna Rubežić, ETF Podgorica, član

Datum odbrane:

Datum promocije:

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I
MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

Izjava o autorstvu

Potpisani Petar Radović

Broj indeksa/upisa 9/23

Izjavljujem

da je master rad pod nazivom

**"Doprinos određivanju prostorne raspodjele električnog i magnetnog polja u
visokonaponskim razvodnim postrojenjima"**

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada,
- da predloženi master rad ni u cjelini ni u djelovima nije bio predložen za dobijanje bilo koje diplome prema studijskim programima drugih ustanova visokog obrazovanja,
- da su rezultati korektno navedeni, i
- da nijesam povrijedio/la autorska i druga prava intelektualne svojine koja pripadaju trećim licima.

U Podgorici, 24.11.2025. godine

Potpis magistranda

Petar Radović

PREDGOVOR

Izrada ovog master rada predstavlja završnu fazu mog akademskog usavršavanja na Elektrotehničkom fakultetu Univerziteta Crne Gore i prirodni nastavak interesovanja koja sam razvio tokom osnovnih studija i praktičnog rada u oblasti elektroenergetskih sistema. Tema analize elektromagnetnog polja u visokonaponskim razvodnim postrojenjima mi je odmah privukla pažnju zbog mog velikog interesovanja za elektromagnetno polje, kako zbog značaja bezbjednosti u elektroenergetici, tako i zbog potrebe za modernim inženjerskim pristupima koji integrišu numeričko modelovanje i savremene softverske alate.

Motivacija za odabir ove teme proistekla je iz sve veće primjene naprednih numeričkih metoda u projektovanju i optimizaciji elektroenergetskih postrojenja, kao i iz potrebe da se doprinese razumijevanju elektromagnetnih pojava u realnim radnim uslovima u Crnoj Gori. Korišćenjem trodimenzionalnih modela, simulacija i poređenja sa stvarnim mjerenjima, cilj mi je bio da se, kroz konkretan inženjerski doprinos, unaprijedi domaća praksa u procjeni elektromagnetne izloženosti i projektovanju bezbjednih visokonaponskih sistema.

Zahvalan sam svom mentoru, prof. dr Vladanu Raduloviću, na stručnoj podršci, strpljenju i svim savjetima tokom izrade rada. Posebnu zahvalnost dugujem zaposlenima HE „Perućica“ i Elektrotehničkom fakultetu Univerziteta Crne Gore na obezbijeđenim tehničkim informacijama, pristupu dokumentaciji i mogućnosti uvida u stvarna mjerenja elektromagnetnog polja. Takođe, zahvaljujem se svojoj porodici i prijateljima na podršci tokom studija i izrade ovog rada.

Podgorica, 2025. godine

Petar Radović

IZVOD

Elektromagnetna polja u visokonaponskim razvodnim postrojenjima predstavljaju značajan inženjerski izazov zbog mogućeg uticaja na zdravlje profesionalno izloženog osoblja, pouzdanost opreme i ukupnu bezbjednost elektroenergetskog sistema. U ovom master radu izvedena je detaljna analiza prostorne raspodjele električnog i magnetnog polja u realnom 110 kV dalekovodnom polju HE „Perućica“, korišćenjem trodimenzionalnog numeričkog modela zasnovanog na metodi konačnih elemenata (FEM). Model je kreiran u CAD okruženju Autodesk Fusion i uvežen u softverski paket ANSYS Maxwell, gdje su definisani svi materijali, granični uslovi i ekscitacije u skladu sa stvarnim radnim uslovima.

Istraživanje obuhvata elektrostatičku i magnetostatičku analizu, koje omogućavaju detaljan prikaz raspodjele potencijala, električnog polja, magnetne indukcije i identifikaciju lokalnih zona povećanog intenziteta polja („vrućih tačaka“). Rezultati simulacija upoređeni su sa stvarnim mjerenjima elektromagnetnog polja koje je izvršio Elektrotehnički fakultet Univerziteta Crne Gore. Utvrđeno je da numeričke simulacije daju nešto veće vrijednosti u odnosu na mjerenja, što je u skladu sa međunarodnom praksom i ranijim istraživanjima, zbog idealizovane geometrije modela, odsustva metalnih konstrukcija i pretpostavke savršeno simetričnih napona i struja. I pored toga, kvalitativna saglasnost raspodjele polja potvrđuje pouzdanost i validnost razvijenog numeričkog modela.

Prema svim analiziranim rezultatima, zaključeno je da u posmatranom dijelu postrojenja ne postoje kritične zone elektromagnetnog polja na visini od 1 m, tj. u zoni boravka operatorskog osoblja. Sve izmjerene i simulirane vrijednosti značajno su ispod graničnih vrijednosti propisanih ICNIRP (2010), IEEE C95.6 (2002) i Direktive EU 2013/35/EU. Rad daje smjernice za dalju optimizaciju geometrije opreme, kao i preporuke za unapređenje bezbjednosti postrojenja. Istovremeno, predstavlja prvi dokumentovani pristup 3D FEM simulaciji elektromagnetnog polja u visokonaponskom postrojenju u Crnoj Gori.

Ključne riječi: elektromagnetno polje, FEM, ANSYS Maxwell, elektrostatička analiza, magnetostatička analiza, HE „Perućica“.

ABSTRACT

High-voltage switchgear represents a critical part of the electric power system, where strong electric and magnetic fields are naturally present due to high operating voltages and currents. These fields may affect the safety of personnel, the reliability of equipment, and overall electromagnetic compatibility. This master thesis presents a comprehensive analysis of the spatial distribution of electric and magnetic fields in a real 110 kV transmission bay of the “Perućica” hydropower plant, using a three-dimensional numerical model based on the Finite Element Method (FEM). The 3D geometry of the switchgear was modeled in Autodesk Fusion 360 and imported into ANSYS Maxwell, where all material properties, boundary conditions, and excitations were defined according to real operating conditions.

The study includes electrostatic and magnetostatic simulations that provide detailed insight into the distribution of electric potential, electric field intensity, magnetic flux density, and the formation of local areas with increased field values (“hot spots”). Simulation results were compared with on-site electromagnetic field measurements performed by the University of Montenegro – Faculty of Electrical Engineering. As expected, numerical simulations produced slightly higher field values compared to measurements, due to idealized geometry, absence of metallic structures, and perfectly symmetric voltage and current conditions. Nevertheless, the qualitative agreement between measured and simulated field distributions confirms the validity and reliability of the developed FEM model.

All evaluated values of electric and magnetic fields at the operator height of 1 meter are significantly below the limits prescribed by ICNIRP (2010), IEEE C95.6 (2002), and EU Directive 2013/35/EU. The results indicate that no critical field zones are present within the analyzed switchgear section. The thesis also provides recommendations for reducing local field intensities and improving equipment design. Importantly, this work represents the first documented 3D FEM-based electromagnetic field analysis of a high-voltage switchgear in Montenegro.

Keywords: electromagnetic field, FEM, ANSYS Maxwell, electrostatic analysis, magnetostatic analysis, HE “Perućica”.

SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. PREGLED DOSADAŠNJIH ISTRAŽIVANJA	2
3. TEORIJSKE OSNOVE ELEKTROMAGNETNOG POLJA.....	4
3.1. Maxwell-ove jednačine	4
3.1.1. Prvi Maxwell-ov zakon – Gauss-ov zakon za električno polje.....	4
3.1.2. Primjena u elektroenergetskim postrojenjima.....	6
3.1.3. Drugi Maxwell-ov zakon- Faradey-ev zakon indukcije.....	6
3.1.4. Primjena u elektroenergetskim postrojenjima.....	7
3.1.5. Treći Maxwell-ov zakon – Gauss-ov zakon za magnetno polje	7
3.1.6. Primjena u elektroenergetskim postrojenjima.....	9
3.1.7. Četvrti Maxwell-ov zakon	9
3.1.8. Primjena u elektroenergetskim postrojenjima.....	11
3.1.9. Jednačina kontinuiteta.....	12
3.1.10. Primjena u elektroenergetskim postrojenjima.....	13
3.1.11. Pointingov vektor i energetski tok elektromagnetnog polja	14
3.1.12. Primjena u elektroenergetskim postrojenjima.....	15
3.2. Granični uslovi i materijalne relacije	16
3.2.1. Materijalne relacije.....	16
3.2.2. Granični uslovi (skok uslovi) na granicama materijala	16
3.2.3. Dokazi graničnih uslova.....	17
3.2.4. Primjeri graničnih uslova u VN postrojenjima	19
4. ELEKTROSTATIKA U VN POSTROJENJIMA	20
4.1. Granični uslovi elektrostatike	20
4.2. Kvazi-statičko električno polje oko sabirnica	21
4.3. Kvazi-statičko električno polje duž izolatora.....	24
4.4. Korona i kritični električni gradijent.....	26
4.5. Kvazi-statičko električno polje kod rastavljača	27
5. MAGNETOSTATIKA U VN POSTROJENJIMA	29
5.1. Beskonačni pravolinijski provodnik	30
5.2. Kružna strujna petlja (namotaj).....	30
5.3. Toroidni model (magnetni krug).....	31
5.4. Značaj u VN postrojenjima	31
6. NUMERIČKE METODE ZA RJEŠAVANJE ELEKTROMAGNETNIH POJAVA	33

6.1. Diskretizacija i formiranje sistema jednačina	36
7. STANDARDI ELEKTROMAGNETNOG POLJA.....	37
8. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA	38
8.1. Softverski alati i metode.....	38
8.2. Kreiranje 3D modela postrojenja	39
8.3. Definisanje graničnih uslova i ekscitacija.....	41
8.4. Materijali elemenata modela	45
8.5. Diskretizacija i mreža.....	46
9. PRIKAZ I ANALIZA REZULTATA SIMULACIJE	50
9.1. Rezultati elektrostatičke analize.....	51
9.2. Rezultati magnetostatičke analize	59
9.3. Smjernice i preporuke za minimizaciju elektromagnetnog polja.....	67
10. ZAKLJUČAK	69
11. LITERATURA.....	71

Slika 1 Raspodjela linija električnog polja oko dvije paralelne cilindrične sabirnice [28]	22
Slika 2 Raspodjela električnog polja oko dvije paralelne pravougaone sabirnice	23
Slika 3 Korona prsten [30]	25
Slika 4 Korona prsten [31]	25
Slika 5 Rastavljač [40]	27
Slika 6 3D model u Autodesk Fusion-u	40
Slika 7 3D model u Ansys Maxwell-u	41
Slika 8 Fazna ekscitacija 63.5kV	42
Slika 9 Prikaz vazdušnog regiona oko modela	42
Slika 10 Boundary (granica)	43
Slika 11 Dnevno opterećenje dalekovoda Podgorica I 110kV [49].....	44
Slika 12 Strujna ekscitacija 346 A	45
Slika 13 Adaptive setup [2].....	47
Slika 14 Convergence standard [2]	48
Slika 15 Mesh settings [2].....	49
Slika 16 Izvještaj o izvršenim elektromagnetnim mjerenjima [13].....	50
Slika 17 Pozicija mjernih tačaka kod linijskog rastavljača PG I [13].....	51
Slika 18 Pozicija mjernih tačaka kod sabirničkog rastavljača PG I [13]	52
Slika 19 Prostorna raspodjela električnog polja kod linijskog rastavljača PG I pozicija 5	53
Slika 20 Prostorna raspodjela električnog polja kod linijskog rastavljača PG I pozicija 5	53
Slika 21 Tabela prikaz izmjerenih vrijednosti električnog polja kod linijskog rastavljača PG I [13].....	54
Slika 22 Prostorna raspodjela električnog polja kod sabirničkog rastavljača PG I pozicija 5	55
Slika 23 Prostorna raspodjela električnog polja kod sabirničkog rastavljača PG I pozicija 5	56

Slika 24 Tabelarni prikaz izmjerenih vrijednosti električnog polja kod sabirničkog rastavljača PG I [13].....	57
Slika 25 Pozicija mjernih tačaka kod linijskog rastavljača PG I [13].....	59
Slika 26 Pozicija mjernih tačaka kod sabirničkog rastavljača PG I [13].....	60
Slika 27 Prostorna raspodjela magnetnog polja kod linijskog rastavljača dalekovoda PG I.....	61
Slika 28 Prostorna raspodjela magnetnog polja kod linijskog rastavljača dalekovoda PG I.....	61
Slika 29 Tabelarni prikaz izmjerenih vrijednosti magnetnog polja kod linijskog rastavljača PG I [13].....	62
Slika 30 Prostorna raspodjela magnetnog polja kod sabirničkog rastavljača dalekovoda PG I.....	63
Slika 31 Prostorna raspodjela magnetnog polja kod sabirničkog rastavljača dalekovoda PG I.....	64
Slika 32 Tabelarni prikaz izmjerenih vrijednosti magnetnog polja kod sabirničkog rastavljača PG I [13].....	65
Tabela 1 Dužina puzne staze u zavisnosti od zagađenja.....	26
Tabela 2 Materijali elemenata [2]	45

1. UVOD

Razvoj elektroenergetskih sistema i povećanje potreba za električnom energijom za posljedicu imaju povećanje kapaciteta visokonaponskih razvodnih postrojenja. Ona predstavljaju glavna čvorišta elektroenergetske mreže u kojima se vrši transformacija napona, raspodjela energije i zaštita elemenata sistema. Zbog visokih naponskih nivoa i struja u ovim postrojenjima javljaju se značajna elektromagnetna polja, koja mogu imati značajan uticaj na zdravlje ljudi, prirode, pouzdanosti opreme i cjelokupnog sistema [1], [9].

Elektromagnetna polja u visokonaponskim (VN) razvodnim postrojenjima mogu uzrokovati probleme u radu elektronske opreme i zaštitnih uređaja, degradaciju izolacionog materijala i negativan uticaj na zdravlje profesionalno izloženog osoblja i opšte populacije. Međunarodni standardi propisuju dozvoljene granice elektromagnetnog polja, čije narušavanje je potrebno utvrditi ili mjerenjem ili proračunom prostorne raspodjele polja u neposrednoj blizini elemenata elektroenergetskih postrojenja [11], [12]. Precizan proračun prostorne raspodjele elektromagnetnog polja se sprovodi primjenom numeričkih metoda i softverskih alata za proračun ovih polja [3], [4].

Klasične analitičke metode se ne mogu koristiti u većini slučajeva zbog kompleksne geometrije koja je prisutna u VN razvodnim postrojenjima [1]. Upravo iz ovoga razloga inženjeri su razvili napredne numeričke metode kao što je FEM metoda, koja se primjenjuje kroz različite softverske pakete, kao što je npr. Ansys Maxwell [2], [6]. Ovaj alat omogućava trodimenzionalno modelovanje elemenata i prikazivanje električnog i magnetnog polja sa visokom preciznošću.

Predmet ovog rada jeste doprinos proračunu elektromagnetnog polja unutar i okolini visokonaponskih razvodnih postrojenja obuhvatanjem njihove realne konfiguracije, odnosno dobijanje prostorne distribucije magnetnih i električnih polja u prostoru. Proračun obuhvata 3D prikaz magnetostatičkog i elektrostatičkog polja pri različitim konfiguracijama i naponskim nivoima. Posebna pažnja je posvećena uticaju geometrije, materijala i udaljenosti između provodnika na intenzitet polja i poređenju dobijenih rezultata sa referentnim vrijednostima i izloženosti ovoj vrsti nejonizujućeg zračenja.

Ciljevi istraživanja u okviru ovog rada su sledeći: Precizno modelovati i vizuelno prikazati distribuciju elektromagnetnog polja u 3D okruženju visokonaponsko razvodnog postrojenja. Identifikovati potencijalne oblasti u kojima se javlja povećana koncentracija polja što može biti rizik za osoblje, opremu ili izolaciju. Potvrditi rezultate simulacije sa realnim mjerenjima i dokazati pouzdanost u korišćenju ovih simulacija u budućim inženjerskim projektima. Master rad je organizovan u jedanaest poglavlja. Nakon uvodnog dijela i pregleda dosadašnjih istraživanja, u trećem i četvrtom poglavlju predstavljene su teorijske osnove elektromagnetnog polja i elektrostatičke pojave u VN postrojenjima, dok se peto poglavlje bavi magnetostatikom. Šesto i sedmo poglavlje obuhvataju numeričke metode (FEM) i relevantne međunarodne standarde elektromagnetnog polja. Osmo poglavlje opisuje metodologiju i korišćene softverske alate, dok deveto donosi rezultate elektrostatičkih i magnetostatičkih simulacija i njihovo poređenje sa mjerenjima. Deseto poglavlje sadrži zaključke i preporuke, a jedanaesto literaturu.

2. PREGLED DOSADAŠNJIH ISTRAŽIVANJA

Istraživanja elektromagnetnih polja u VN razvodnim postrojenjima sprovode se već dugo vremena. Veliki napredak se primjećuje nakon razvitka numeričkih metoda i softverskih alata. Osnovni cilj ovih istraživanja jeste razumijevanje raspodjele električnih i magnetnih polja u prostoru postrojenja i neposrednoj okolini elemenata, kako bi se obezbijedila sigurnost radnog osoblja i pouzdanost opreme. U ovom poglavlju navedena su neka od brojnih relevantnih istraživanja i publikacija koja analiziraju primjenu numeričkih metoda za proračun elektromagnetnih polja, njihovo poređenje sa mjerenjima i praktične implikacije.

Paul [1] je dao značajan doprinos razumijevanju elektromagnetnih pojava kroz udžbenik *Electromagnetics for engineers*. Iako nije striktno fokusiran na visokonaponska postrojenja, knjiga obezbjeđuje osnovnu teorijsku podlogu za razumijevanje magnetnih i električnih polja u različitim konfiguracijama. Ovaj rad se i danas koristi kao osnova za razvijanje modela i numeričkih metoda.

Visan [9] predstavio je jedno o prvih sveobuhvatnih istraživanja elektromagnetnog polja u 400 kV postrojenju. Kombinacijom numeričkog modelovanja i eksperimenata došao je do zaključka da raspodjela polja može veoma zavistiti od položaja mjernih tačaka i položaja provodnika. Ovaj rad naglasio je značaj mjerenja kao dopunu simulacijama, posebno kod složenijih konfiguracija.

ANSYS Inc. [2] u svojoj dokumentaciji naglašava značaj FEM metode za rješavanje elektromagnetnih problema u složenim geometrijama. ANSYS Maxwell postao je jedan od najčešće korišćenih alata u akademskim i industrijskim istraživanjima jer omogućava analizu stacionarnih i tranzijentnih stanja, uz podršku za elektrostatiku i magnetostatiku.

Devanathan [4] primijenio je COMSOL Multiphysics za analizu elektromagnetnog i elektrostatčkog polja u 765 kV postrojenju. Pokazano je da na pojedinim lokacijama električno polje prelazi dozvoljene granice, ali i da se optimizacijom rasporeda provodnika i uvođenjem uzemljenih žica intenzitet polja može značajno smanjiti. Ovaj rad naglašava značaj FEM simulacija u prevenciji prekoračenja bezbjednosnih standarda.

Ghania et al. [3] sproveli su simulacije i mjerenja u 500/220 kV i 220/66 kV postrojenjima sa različitim konfiguracijama sabirnica. Zaključeno je da konfiguracija sabirnica ima direktan uticaj na raspodjelu magnetnog polja i da su najviše vrijednosti registrovane ispod sabirnica nižeg napona. Ovaj rad je važan jer pokazuje kako geometrija utiče na polje i time pruža pravac za optimizaciju.

Medved i Žvanda [5] analizirali su elektromagnetna polja u 110 kV otvorenom postrojenju primjenom ANSYS Maxwell-a. Simulacije su upoređene sa mjerenjima na terenu, pri čemu je pokazano da FEM metoda daje rezultate koji se veoma dobro poklapaju sa stvarnim vrijednostima. Ovo istraživanje je posebno značajno, jer pokazuje praktičnu vrijednost ANSYS Maxwell-a za analizu stvarnih postrojenja srednjeg i visokog napona.

IDOM [6] je realizovao studiju elektromagnetnog polja u okviru offshore trafostanice Andalucia II. Korišćenjem ANSYS Maxwell-a obuhvaćene su sve glavne komponente (HV, MV i LV djelovi). Rezultati su iskorišćeni za planiranje daljih infrastrukturnih projekata i potvrđuju da FEM simulacije imaju značajnu ulogu u praktičnom inženjeringu.

Yang et al. [7] sproveli su mjerenja i simulacije u VN postrojenju, fokusirajući se na uticaj magnetskog polja na elektronske uređaje i opremu. Rezultati ukazuju da i unutar dozvoljenih granica polja postoje lokalizovane zone sa značajno višim vrijednostima, što potvrđuje važnost identifikacije kritičnih tačaka polja u prostoru.

Fontgalland et al. [8] kombinovali su mjerenja i prostornu interpolaciju rezultata kako bi mapirali električno i magnetno polje u 230 kV postrojenju. Prikazane su dvodimenzionalne i trodimenzionalne konture polja koje jasno pokazuju prostornu distribuciju i kritične zone.

Shariatinasab i Hashemipour [10] istraživali su elektromagnetno polje u 400 kV postrojenju pomoću FEM simulacija i poređenja sa mjerenjima. Dobijeni rezultati potvrdili su visoku preciznost metode, a autori su naglasili važnost optimizacije mrežnog modela kako bi se smanjile numeričke greške u složenim konfiguracijama.

3. TEORIJSKE OSNOVE ELEKTROMAGNETNOG POLJA

Nastanak elektromagnetnih pojava u VN razvodnim postrojenjima zasniva se na osnovnim zakonima elektromagnetike, koji opisuju nastanak, širenje i interakciju električnih i magnetnih polja sa okolnom materijom. Numeričke metode, koje se danas koriste za simulaciju ovih polja, oslanjaju se na teorijske osnove elektromagnetike i softverski alati kao su Ansys Maxwell zasnivaju se na rješavanju Maxwell-ovih jednačina.

Elektromagnetno polje u VN postrojenjima nastaje kao posljedica napona (električno polje) i struje (magnetno polje). Njegova distribucija direktno zavisi od rasporeda provodnika, geometrije, materijala i graničnih uslova. Kao što ranije naglašeno, zbog velike složenosti realnih konfiguracija analitički proračuni u većini slučajeva nijesu mogući, pa se pribjegava numeričkim metodama kao što je FEM. Pri tome, tumačenje rezultata simulacija zahtijeva fundamentalno razumijevanje elektromagnetnih zakona.

3.1. Maxwell-ove jednačine

3.1.1. Prvi Maxwell-ov zakon – Gauss-ov zakon za električno polje

Prvi Maxwell-ov zakon, poznat i kao Gauss-ov zakon za električno polje, predstavlja osnovnu vezu između električnog polja i količine naelektrisanja. On matematički formuliše činjenicu da je naelektrisanje izvor električnog polja i da intenzitet polja zavisi od količine i raspodjele tog naelektrisanja u prostoru.

Integralna forma zakona glasi:

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q_{uk}}{\epsilon_0} \quad (1)$$

gdje je:

- \mathbf{E} – vektor električnog polja [V/m],
- $d\mathbf{S}$ – element površine [m²],
- Q_{uk} – ukupno slobodno naelektrisanje unutar zatvorene površine [S],
- ϵ_0 – dielektrična permitivnost vakuuma ($8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$).

Ovaj izraz kaže da je tok električnog polja kroz bilo koju zatvorenu površinu proporcionalan ukupnom slobodnom naelektrisanju unutar te površine [15].

Gauss-ov zakon pokazuje da električno polje „izvire“ iz pozitivnog naelektrisanja, a „ulazi“ u negativno naelektrisanje. Ako u zapremini nema naelektrisanja ($\rho = 0$), divergencija je nula i tok kroz bilo koju zatvorenu površinu jednak je nuli. To znači da je električno polje solenoidalno u prostoru bez izvora – linije polja koje ulaze u zapreminu moraju i da izađu [18].

Kako se navodi u [17], Gauss-ov zakon je jedan od četiri fundamentalna Maxwell-ova zakona i predstavlja osnovnu matematičku vezu između slobodnih naelektrisanja i generisanog električnog polja. Cheng [15] dodatno ističe da se ovaj zakon može smatrati teorijskom formulacijom eksperimentalno potvrđene činjenice da slobodno naelektrisanje proizvodi električno polje.

Polazeći od Kulonovog zakona za elementarno naelektrisanje dq :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad (2)$$

Integriranjem preko zapremine sa gustinom naelektrisanja $\rho(\mathbf{r})$, dobija se ukupno polje:

$$E(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{(\rho(\mathbf{r}'))}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \hat{r} dV' \quad (3)$$

Primjenom teoreme divergencije:

$$\oint_S E \cdot dA = \int_V (\nabla \cdot E) dV \quad (4)$$

Što direktno dovodi do diferencijalnog oblika Gauss-ovog zakona:

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (5)$$

gdje ρ predstavlja zapreminsku gustinu slobodnog naelektrisanja [C/m^3].

Ova forma ističe da je divergencija električnog polja u datoj tački jednaka lokalnoj gustini naelektrisanja podijeljenoj sa dielektričnom permitivnošću vakuuma.

Ovaj postupak formalno je prikazan u [15], [16].

3.1.2. Primjena u elektroenergetskim postrojenjima

U VN razvodnim postrojenjima, prvi Maxwell-ov zakon ima ključnu ulogu u:

- Određivanju prostorne raspodjele električnog polja u okolini provodnika, izolatora i rastavljača,
- analizi kritičnih zona visokog intenziteta polja koje mogu ugroziti dielektričnu čvrstoću izolacije,
- numeričkim proračunima i simulacijama elektrostatičkih polja u softverima poput *ANSYS Maxwell* ili *COMSOL Multiphysics*.

Ove simulacije su zasnovane na diferencijalnom obliku Gauss-ovog zakona, koji se implementira u okviru FEM metode [17].

3.1.3. Drugi Maxwell-ov zakon- Faradey-ev zakon indukcije

Drugi Maxwell-ov zakon opisuje vezu između promjene magnetnog polja i nastanka elektromotorne sile (emf) i električnog polja. To je fundamentalni zakon elektrodinamike, koji je eksperimentalno ustanovio Michael Faraday 1831. godine.

Integralna forma glasi:

$$\oint_C E \cdot dl = -\frac{d}{dt} \int_S B \cdot dS \quad (6)$$

Gdje je:

- E – električno polje [V/m]
- dl – element putanje [m]
- B – vektor magnetne indukcije [T]
- dS – element površine [m²]
- \oint_C – linijski integral po zatvorenoj konturi C
- \int_S – površinski integral kroz površinu S omeđenu konturom C

Ova forma kaže da je cirkulacija električnog polja duž zatvorene konture jednaka negativnoj promjeni magnetnog toka kroz površinu omeđenu tom konturom [15].

Diferencijalna forma glasi:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (7)$$

Diferencijalna forma pokazuje da rotacija električnog polja u svakoj tački prostora zavisi od vremenske promjene magnetnog polja. Dakle, promjenljivo magnetno polje stvara vrtložna električna polja [16].

Faradey-ev zakon uvodi pojam indukovanog električnog polja koje ne potiče od naelektrisanja, već od promjene magnetnog toka u vremenu. Za razliku od elektrostatike, gdje su linije polja otvorene i ulaze ili izlaze iz naelektrisanja, indukovano električno polje je zatvoreno – vrtložnog karaktera. Negativan znak izražava suprotstavljanje promjeni toka: indukovano polje/struja uvijek „radi“ protiv uzroka (očuvanje energije) [15].

Kako se navodi u [17], Faradey-ev zakon je osnov svih induktivnih fenomena i predstavlja ključni mehanizam u elektrotehnici. Jackson [16] naglašava da je indukovano električno polje u suštini različito od elektrostatičkog, jer integral po zatvorenoj konturi nije jednak nuli.

Faradey-ev zakon objašnjava osnovni princip funkcionisanja transformatora i generatora, gdje promjena magnetnog toka uzrokuje pojavu elektromotorne sile (emf) [18]. Cheng [14] objašnjava da je su ranije dvije odvojene oblasti elektriciteta i magnetizma sada povezane u jedinstveni elektromagnetni fenomen.

3.1.4. Primjena u elektroenergetskim postrojenjima

Faradey-ev zakon u VN postrojenjima ima široku primjenu i to:

- objašnjava indukovane napone u provodnicima koji nastaju nakon prekida struja ili usljed blizine jakih magnetnih polja
- koristi se u projektovanju mjernih i strujnih transformatora
- omogućava analizu elektromagnetnih smetnji (EMI) i prenapona
- predstavlja osnovu za simuliranje elektromagnetnih pojava u FEM alatima koji koriste diferencijalni oblik zakona [17].

3.1.5. Treći Maxwell-ov zakon – Gauss-ov zakon za magnetno polje

Treći Maxwell-ov zakon, poznat i kao Gauss-ov zakon za magnetno polje, izražava osnovnu činjenicu da u prirodi ne postoje magnetni monopoli. Ovo znači da je magnetno polje uvijek zatvorenog karaktera, što znači da svaka linija magnetne indukcije koja ulazi u neku zapreminu mora i da izađe iz nje. Ovo je eksperimentalno potvrđeno u svim do sada poznatim mjerenjima i predstavlja jedno od najvažnijih načela elektromagnetizma.

Integralna forma:

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (8)$$

Gdje je:

- \mathbf{B} – vektor magnetne indukcije [T]
- $d\mathbf{S}$ – element površine [m²]
- Integral se računa po bilo kojoj zatvorenoj površini S .

Ovaj oblik kaže da je ukupan magnetni tok kroz bilo koju zatvorenu površinu uvijek jednak nuli, što znači da nema „izvora“ ni „ponora“ magnetnog polja [15].

Diferencijalna forma:

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (9)$$

Ova forma znači da divergencija magnetnog polja u svakoj tački prostora iznosi nula, što potvrđuje da magnetne linije ne počinju ni na jednom mjestu [16].

Fizičko značenje ovog zakona jeste da je polje solenoidalno – njegove linije su zatvorene i nemaju krajeva. U prirodi ne postoji izolovani „severni“ ili „južni“ pol; uvijek se pojavljuju u paru kao dipol. Ukupan tok magnetnog polja kroz zatvorenu površinu je nula, što znači da ono ne stvara divergenciju.

Kako se navodi u [15], Gauss-ov zakon za magnetizam eksperimentalno potvrđuje odsustvo magnetnih monopola i predstavlja jednu od fundamentalnih zakona elektromagnetizma. Jackson [16] dodaje da bi postojanje monopola zahtijevalo dopunu jednačine u obliku $\nabla \cdot B = \mu_0 \rho_m$, gdje bi ρ_m predstavljala gustinu „magnetne napetosti“, ali takva pojava nikada nije uočena. Sadiku [17] objašnjava da je razlika između električnog i magnetnog polja upravo u postojanju izvora — električno polje ima izvore u naelektrisanjima, dok magnetno nema; zato je ono po prirodi divergencijski slobodno. Ulaby, Michielssen & Ravaioli [18] naglašavaju da ovaj zakon ima veliku praktičnu vrijednost jer omogućava kontrolu numeričke tačnosti FEM simulacija: ako se u simulaciji pojavi nenulti magnetni tok kroz zatvorenu površinu, to ukazuje na numeričku grešku. Cheng [14] opisuje ovaj zakon kao matematički izraz činjenice da je magnetno polje uvek „bez početka i kraja“ u prostoru.

Izvođenje diferencijalnog oblika iz integralnog oblika koristi Gauss-ovu teoremu divergencije:

$$\oint_S B \cdot dS = \int_V (\nabla \cdot B) dV \quad (10)$$

Ako je integral preko bilo koje zatvorene površine nula, tada mora da važi formula (9). Ovaj korak pokazuju Griffiths [15] i Cheng [14], gdje se ističe da se magnetno polje ne može predstaviti kao polje „izvora“, jer svaki magnetski tok koji ulazi u zapreminu mora i da izađe.

3.1.6. Primjena u elektroenergetskim postrojenjima

Treći Maxwell-ov zakon ima široku primjenu u VN postrojenjima:

- analizi raspodjele magnetnog polja oko sabirnica, transformatora i prekidača,
- određivanju sprezanja između faznih vodova i uticaja geometrije na tok magnetnog polja,
- kontroli tačnosti numeričkih proračuna magnetostatičkih polja u FEM softverima (ANSYS Maxwell, COMSOL),
- proračunu vrtložnih struja i gubitaka u feromagnetnim materijalima, gdje je očuvanje toka $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$ fizička osnova za oblikovanje magnetskih kola.

U [17] se navodi da u inženjerskim aplikacijama ovaj zakon koristi i kao test stabilnosti numeričkog modela — svako odstupanje od nule za $\nabla \cdot \mathbf{B}$ ukazuje na lošu diskretizaciju ili grešku u proračunu.

3.1.7. Četvrti Maxwell-ov zakon

Četvrti Maxwell-ov zakon opisuje vezu između magnetnog polja i strujnog toka koji ga stvara. U svom izvornom obliku, zakon je formulisao André-Marie Ampère, koji je eksperimentalno dokazao da električna struja stvara magnetno polje. Međutim, Maxwell je u XIX vijeku dopunio ovaj zakon uvođenjem pojma pomjerajne struje, čime je omogućio njegovo važenje i u slučajevima promjenljivog električnog polja. Ova dopuna je bila ključna za razumijevanje elektromagnetnih talasa i ujedinjenje elektriciteta i magnetizma u jedinstvenu teoriju.

Integralna forma:

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \left(I_{prov} + \frac{\varepsilon_0 d}{dt} \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \right) \quad (11)$$

Gdje je:

- \mathbf{B} – vektor magnetne indukcije [T]
- $d\mathbf{l}$ – element putanje [m]
- μ_0 – magnetna permitivnost vakuuma ($4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$)
- I_{prov} – provodna struja koja prolazi kroz površinu omeđenu konturom C [A]
- $\varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$ – pomjerajna struja, tj. doprinos promjenljivog električnog polja

Integralna forma pokazuje da magnetno polje može biti proizvedeno i konduktivnom strujom i promjenljivim električnim poljem [15].

Diferencijalna forma:

$$\nabla \times B = \mu_0 J + \frac{\mu_0 \varepsilon_0 (\partial E)}{\partial t} \quad (12)$$

Gdje je:

- J – gustina provodne struje [A/m²]
- $\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$ – gustina pomjerajne struje

Ova forma opisuje da vrtložnost magnetnog polja u prostoru zavisi od lokalne gustine provodne struje i od vremenske promjene električnog polja [16].

U izvornom Ampere-ovom zakonu, magnetno polje je bilo povezano isključivo sa provodnim strujama. Međutim, taj oblik nije bio konzistentan u situacijama gdje nema realnog toka naelektrisanja, poput punjenja kondenzatora, jer bi u prostoru između ploča trebalo da postoji diskontinuitet u polju B.

Maxwell je ovaj problem riješio uvođenjem dodatnog člana – pomjerajne struje:

$$J_{\text{pomj}} = \frac{\varepsilon_0 (\partial E)}{\partial t} \quad (13)$$

Ovaj član je omogućio da zakon kontinuiteta

$$\nabla \cdot J + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (14)$$

ostane zadovoljen i u prisustvu promjenjivih električnih polja. Griffiths [15] navodi da je ovo bio „genijalan uvid“ koji je omogućio otkriće elektromagnetnih talasa. Jackson [16] ističe da se upravo iz Ampere-ovog zakona sa Maxwell-ovim dodatkom i Faradey-evog zakona izvode talasne jednačine koje opisuju širenje elektromagnetnih talasa brzinom $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$. Sadiku [17] objašnjava da ovaj zakon povezuje električno i magnetno polje u jedinstven sistem i predstavlja osnovu funkcionisanja transformatora, antena, elektromotora i svih elektromehaničkih uređaja. Ulaby, Michielssen & Ravaioli [18] naglašavaju da je upravo ovaj zakon omogućio razvoj modernih telekomunikacionih i energetske tehnologije. Cheng [14] dodaje da dodatak pomjerajne struje omogućava da se magnetno polje formira i u dielektričnim oblastima, ne samo u provodnim.

Izvođenje polazi od integralne forme Ampere-ovog zakona:

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_{\text{prov}} \quad (15)$$

Neka se razmatra situacija punjenja kondenzatora: ako se kontura C zatvori kroz ploče, kroz površinu prolazi provodna struja I . Ako se površina deformiše tako da prolazi između ploča, kroz nju ne prolazi provodna struja, ali se magnetno polje mora održati. Da bi se to postiglo, Maxwell je uveo dodatni član koji predstavlja promjenu električnog toka:

$$I_{\text{pomj}} = \frac{\varepsilon_0 d}{dt} \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \quad (16)$$

Tako nastaje dopunjeni integralni zakon:

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (I_{\text{prov}} + I_{\text{pomj}}) \quad (17)$$

Primjenom Stokes-ove teoreme dobija se diferencijalni oblik (12). Ovo izvođenje je detaljno prikazano u [14], [15].

3.1.8. Primjena u elektroenergetskim postrojenjima

Četvrti Maxwell-ov zakon ima veliku primjenu u VN postrojenjima jer omogućava:

- proračun magnetnog polja oko sabirnica i strujnih provodnika,
- modelovanje induktivnih sprega između faza i kablovskih vodova,
- analizu vrtložnih struja u metalnim konstrukcijama i kućištima,
- simulaciju vremenski promjenljivih elektromagnetnih procesa (npr. kod prekida struja ili komutacije),
- projektovanje i optimizaciju transformatora i elektromagneta.

Sadiku [17] navodi da je ova jednačina osnova svih inženjerskih elektromagnetnih proračuna i da bez nje nije moguće formulisati FEM modele elektromagnetnih sistema.

3.1.9. Jednačina kontinuiteta

Matematički oblik jednačine kontinuiteta:

$$\nabla \cdot J + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (18)$$

Gdje je:

- J – gustina struje [A/m^2]
- ρ – zapreminska gustina naelektrisanja [C/m^3]

Ova jednačina prikazuje zakon očuvanja naelektrisanja, koji kaže da naelektrisanja ne mogu nastati ni nestati sami od sebe – mogu se samo premještati. Na primjer:

- Ako električno polje izazove promjenu gustine struje ($\nabla \cdot J$), tada se istovremeno mora promijeniti gustina naelektrisanja ρ u vremenu.
- Ukoliko nema promjene u naelektrisanju ($\partial \rho / \partial t = 0$), struja mora imati nultu divergenciju – tj. broj naelektrisanja koji ulazi u zapreminu jednak je broju koji iz nje izlazi.

Sadiku [17] navodi da je jednačina kontinuiteta direktna matematička formulacija zakona očuvanja naelektrisanja i da mora biti zadovoljena u svakom fizički mogućem elektromagnetnom polju. Griffiths [15] dodaje da se ova relacija ne može izvesti iz mehaničkih zakona, već predstavlja fundamentalno ograničenje samog elektromagnetizma.

Jednačina kontinuiteta se može izvesti kombinovanjem četvrtog Maxwell-ovog zakona i prvog Maxwell-ovog zakona. Diferencijalni oblik četvrtog zakona glasi:

$$\nabla \times B = \mu_0 J + \frac{\mu_0 \varepsilon_0 (\partial E)}{\partial t} \quad (19)$$

Primijenimo operator divergencije sa obje strane:

$$\nabla(\nabla \times B) = \mu_0 J \nabla + \frac{\mu_0 \varepsilon_0 (\partial E) \nabla}{\partial t} \quad (20)$$

Kako je divergencija rotacije uvijek nula ($\nabla(\nabla \times B) = 0$), dobijamo:

$$0 = \mu_0 \nabla \cdot J + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho}{\varepsilon_0} \right) \quad (21)$$

Nakon sređivanja:

$$\nabla \cdot J + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (22)$$

Ovim je pokazano da zakon kontinuiteta proizilazi direktno iz Maxwell-ovih jednačina, ali i da njihova konzistentnost zavisi od njegovog važenja [14], [16].

Uvođenje pomjerajne struje u Ampere-ov zakon bilo je neophodno upravo da bi se ova jednačina kontinuiteta poštovala u svim okolnostima. Bez nje bi se u slučaju promjenljivih električnih polja (npr. u kondenzatoru) pojavio matematički paradoks gdje se „naelektrisanja gube“ između ploča kondenzatora, što bi narušilo očuvanje naelektrisanja. Maxwell je prepoznao ovaj problem i dodao termin $\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$, čime je osigurao da:

$$\nabla \cdot J_{\text{ukupna}} = \nabla \cdot \left(J + \frac{\varepsilon_0 (\partial E)}{\partial t} \right) = 0 \quad (23)$$

i time održao očuvanje naelektrisanja u svakom trenutku [15].

3.1.10. Primjena u elektroenergetskim postrojenjima

U VN postrojenjima jednačina kontinuiteta ima veliki značaj:

- osigurava tačnost numeričkih simulacija elektromagnetnog polja (svaka lokalna promjena gustine naelektrisanja mora biti praćena strujom koja tu promjenu izaziva),
- definiše tok struje kroz kompleksne geometrije vodova i sabirnica,
- omogućava validaciju stabilnosti rješenja FEM simulacija (posebno u *ANSYS Maxwell* analizama),
- objašnjava ponašanje prelaznih procesa – npr. kod isključenja i uključivanja struje, gdje se promjena naelektrisanja i struje odvijaju simultano.

Sadiku [17] napominje da u numeričkim rješenjima elektromagnetnih problema, greška u zadovoljenju jednačine kontinuiteta neposredno pokazuje nepouzdanost rješenja.

3.1.11. Pointingov vektor i energetska tok elektromagnetnog polja

Dok Maxwell-ove jednačine opisuju međusobnu povezanost električnih i magnetnih polja, njihova energetska interpretacija otkriva kako se elektromagnetna energija prostire kroz prostor i prenosi između različitih tačaka polja. Ovaj tok energije kvantitativno opisuje Pointingov vektor, koji je po prvi put formulisao John Henry Poynting 1884. godine, u svojoj studiji o prenosu elektromagnetne energije.

Matematički oblik Pointingov vektora:

$$S = E \times H \quad (24)$$

Gdje je:

- S – Pointingov vektor [W/m²],
- E - električno polje [V/m],
- H - magnetno polje [A/m].

Smjer vektora S pokazuje pravac prostiranja elektromagnetne energije, a njegova magnituda predstavlja gustinu snage koja prolazi kroz jedinicu površine [14].

Za izvođenje Pointingov vektora kreće se iz Maxwell-ovih jednačina:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (25)$$

Pomnoži se prva sa H, a druga sa E:

$$H(\nabla \times E) = -H \frac{\partial B}{\partial t} \quad (26)$$

$$E(\nabla \times H) = E J + E \frac{\partial D}{\partial t} \quad (27)$$

oduzimanjem i korišćenjem identiteta:

$$\nabla \cdot (E \times H) = H \cdot (\nabla \times E) - E \cdot (\nabla \times H), \quad (28)$$

Dobija se Pointingova teorema:

$$\nabla \cdot S = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\left(\frac{1}{2} E \cdot D + \frac{1}{2} B \cdot H \right) \right) - E \cdot J \quad (29)$$

Ova relacija opisuje lokalni bilans elektromagnetne energije [14], [15]:

- prvi član desno izražava promjenu gustoće energije u polju,
- drugi član ($E \cdot J$) predstavlja snagu disipacije (Joule-ov gubitak),
- dok divergencija $\nabla \cdot S$ označava tok energije kroz granicu posmatrane zapremine.

Integracijom preko zapremine V dobija se integralna formu:

$$\int_S S \cdot dA = -\frac{d}{dt} \int_V u dV - \int_V E \cdot J dV, \quad (30)$$

Gdje je:

$$u = \frac{1}{2}(E \cdot D + B \cdot H) \quad (31)$$

Gustina elektromagnetne energije [J/m^3]. Fizičko značenje ove relacije jeste da je ukupan fluks S kroz površinu predstavlja snagu koja izlazi iz zapremine, dok član $E \cdot J$ označava energiju pretvorenu u toplotu [16].

Sadiku [17] objašnjava da je ova teorema energetski analog zakona očuvanja energije — ono što izlazi iz zapremine u obliku elektromagnetnog toka mora biti jednako sumi smanjenja energije polja i disipacije.

„Pointingov vektor daje uvid u tok elektromagnetne energije kroz prostor i omogućava da se energija i snaga posmatraju u okviru jedinstvene elektromagnetne teorije.“ [14]

3.1.12. Primjena u elektroenergetskim postrojenjima

Primjena Pointingovog vektora može se vidjeti u:

- analizi prenosa elektromagnetne energije kroz sabirnice, provodnike i transformatore,
- procjeni rasipanja energije u zonu jake magnetne sprege,
- simulacijama tokova snage u FEM alatima (*ANSYS Maxwell*, *COMSOL Multiphysics*),
- analizi vrtložnih struja i lokalnih gubitaka,
- procjeni EMC kompatibilnosti i energetske efikasnosti postrojenja.

Ulaby, Michielssen & Ravaioli [18] ističu da gustina Pointingovog vektora predstavlja najkorisniju veličinu za vizualizaciju prenosa energije u 3D elektromagnetnim simulacijama, dok Cheng [14] dodaje da omogućava direktno računanje snage koja prolazi kroz bilo koju zatvorenu površinu u prostoru.

3.2. Granični uslovi i materijalne relacije

Elektromagnetna polja u elektroenergetskim sistemima susreću se sa granicama između različitih materijala - provodnika, dielektrika, vazduha, feromagnetika - i u tim granicama primjenjuju se posebni “skok” (jump) uslovi koji proizlaze iz Maxwell-ovih jednačina. Pored toga, materijalne relacije (koje povezuju E, D, H, B, J) karakterišu ponašanje materijala. U kontekstu VN postrojenja i FEM simulacija, tačno modeliranje ovih relacija i granica presuđuje za realistične rezultate.

3.2.1. Materijalne relacije

Kod makroskopskog modela u linearno–izotropnim materijalima, osnovne relacije imaju oblik:

$$D = \varepsilon E, \quad B = \mu H, \quad J = \sigma E. \quad (32)$$

gdje je ε (električna permitivnost), μ (magnetna permeabilnost) i σ (električna provodnost) karakteristika materijala (skalarne vrijednosti pod uslovom izotropije). U složenijim slučajevima, mogu se koristiti tenzorski oblici $\vec{\varepsilon}$, $\vec{\mu}$, posebno kod anizotropnih dielektrika ili magnetnih materijala.

Kod feromagnetnih materijala, relacija $B = \mu H$ često postaje nelinearna - koristi se B–H karakteristika materijala, što je ključno za simulacije gdje dolazi do magnetne zasićenosti. U simulacijskim alatima (npr. ANSYS Maxwell, COMSOL) unosi se eksperimentalna B–H kriva da bi se obuhvatile nelinearnosti.

Takođe, u elektrostatičkom/alternirajućem stanju često se uvodi kompleksna permitivnost:

$$\varepsilon^* = \varepsilon' - j \frac{\sigma}{\omega}, \quad (33)$$

što omogućava da se u jednoj relaciji uzmu u obzir i provodni i dielektrični doprinos (gubici) [19].

3.2.2. Granični uslovi (skok uslovi) na granicama materijala

Granični uslovi (jump / boundary conditions) proizlaze iz integralnih oblika Maxwell-ovih jednačina, kada se primijene na male “kutije” (Gauss-ove površine) ili petlje (Ampere-ove / Faraday-eve krugove) koje sadrže prelaz između dva medija [20].

U opštem slučaju ima se da je tangencijalna komponenta električnog polja:

$$n \times (E_1 - E_2) = 0 \Rightarrow E_{1t} = E_{2t} \quad (34)$$

Tangencijalne komponente su konstantne (bez skoka), pod pretpostavkom da nema promjenjivog magnetskog fluksa kroz konturu.

Normalna komponente vektora dielektričnog pomjeraja je:

$$(D_1 - D_2) \cdot n = \rho_s, \quad (35)$$

gdje je ρ_s površinska gustina slobodnog naelektrisanja na granici. Ako nema slobodnog naelektrisanja ($\rho_s = 0$), onda $D_{1n} = D_{2n}$.

Tangencijalna komponenta vektora jačine magnetnog polja je:

$$n \times (H_1 - H_2) = J_s, \quad (36)$$

s tim da J_s predstavlja eventualnu površinsku (slobodnu) gustinu struje na granici.

Normalna komponenta vektora magnetne indukcije je:

$$(B_1 - B_2) \cdot n = 0 \Rightarrow B_{1n} = B_{2n} \quad (37)$$

Normalne komponente B su konstantne - ne postoje “magnetna naelektrisanja”.

U specijalnim slučajevima:

- Granica provodnik–dielektrik: unutrašnjost idealnog provodnika ima $E = 0$. Tangencijalna komponenta električnog polja je nula na površini, a H_t može biti diskontinuiran zbog površinske struje J_s .
- Granica između dva dielektrika bez slobodnog naelektrisanja: tangencijalna E je konstantna, dok je normalna D konstantna \rightarrow daje relaciju $\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$. To implicira da normalna komponenta E može “poskočiti” ako su permitivnosti različite - što je ključno za proračune pojačanja polja na prelazima.

U modernoj elektromagnetnoj teoriji, moguće je razmatrati i opštije (ne-Minkowski) formulacije granica, ali u praksi za inženjerske aplikacije u elektroenergetici najčešće se koristi klasična interpretacija graničnih uslova između makroskopskih polja [20].

3.2.3. Dokazi graničnih uslova

Za tangencijalnu komponentu vektora električnog polja polazi se od Faradey-evog zakona u integralnom obliku:

$$\oint_C E \cdot dl = -\frac{d}{dt} \int_S B \cdot dS \quad (38)$$

Neka se posmatra pravougaona petlja visine Δh i dužine Δl , gdje je $\Delta h \rightarrow 0$, koja presijeca granicu između dva medija.

- Lijeva strana (linijski integral) sadrži dva člana tangencijalne komponente E: $E_{1t}\Delta l - E_{2t}\Delta l$.
- Desna strana je proporcionalna površini $\Delta h\Delta l \rightarrow 0$.

Dakle:

$$E_{1t} = E_{2t}.$$

Za normalnu komponentu vektora dielektričnog pomjeraja koristi se Gauss-ov zakon za električno polje:

$$\oint_S D \cdot dS = Q_{slob} \quad (39)$$

Posmatra se mali cilindar visine Δh i površine baze ΔS , čija je osa normalna na granicu.

- Fluks kroz gornju i donju stranu: $D_{1n}\Delta S - D_{2n}\Delta S$.
- Fluks kroz bočne stranice teži nuli ($\Delta h \rightarrow 0$).
- Naelektrisanje unutar pilboksa je $\rho_s\Delta S$.

Dakle:

$$(D_{1n} - D_{2n}) = \rho_s.$$

Za tangencijalnu komponentu vektora jačine električnog polja kreće se od Ampere-Maxwell-ove jednačine:

$$\oint_{\partial S} H \cdot dl = I_{prov} + \frac{d}{dt} \int_S D \cdot ds \quad (40)$$

Ponovo se uzima pravougaona petlja visine Δh koja siječe granicu.

- Lijeva strana daje: $H_{1t}\Delta l - H_{2t}\Delta l$.
- Desna strana: ako postoji površinska struja \mathbf{J}_s , kroz petlju prolazi $I = J_s\Delta l$.

Dakle:

$$H_{1t} - H_{2t} = J_s.$$

Tangencijalna komponenta H je diskontinuirana za iznos površinske struje.

Za normalnu komponentu vektora magnetne indukcije koristi se Gauss-ov zakon za magnetizam:

$$\oint_S B \cdot dS = 0 \quad (41)$$

Uzme se cilindar kao i kod D .

- Fluks kroz gornju i donju stranu: $B_{1n}\Delta S - B_{2n}\Delta S$.
- Fluks kroz bočne stranice je nula u graničnom slučaju.

Dakle:

$$B_{1n} = B_{2n}.$$

Detaljni dokazi prikazani su u [15], [21].

3.2.4. Primjeri graničnih uslova u VN postrojenjima

U VN razvodnim postrojenjima, granični uslovi se pojavljuju u sljedećim slučajevima:

- Sabirnice i vodovi: površine provodnika tretiraju se kao idealni, gdje $E_t = 0$; tangencijalna komponenta H može imati diskontinuitet jednak površinskoj gustoni struje. Pri 50 Hz, skin efekat uzrokuje neravnomjernu distribuciju struje i mora se uzeti u obzir u modelima [22].
- Izolatori i rebra izolatora: u prelazima između izolatora i vazduha (dielectric–air boundary), normalna komponenta D mora biti konstantna (ako nema slobodnog naelektrisanja), što dovodi do refrakcije električnog polja. To utiče na lokalna pojačanja polja na ivicama izolatora i potencijalne probleme s dielektričnim probojem [20].
- Čelične konstrukcije (feromagnetici): zbog visoke permeabilnosti materijala, magnetski tok se može “kanalizovati” kroz čelik. U zonama zasićenosti model mora dobro pratiti nelinearnu B – H karakteristiku. Precizni granični uslovi osiguravaju da normalna B bude konstantna, te da tangencijalna H prati površinske struje (ako se one javljaju) [6].
- Simulacioni efekti u FEM alatima: prilikom diskretizacije (npr. u ANSYS Maxwell ili COMSOL), granice modela (vanjski rub domena) često tretiraju kao “otvorene granice”, “infinite element” ili “radiation boundary condition” kako bi se minimizovao uticaj refleksije polja sa granica simulacionog domena. Ovo je posebno važno kada model uključuje prostor oko postrojenja [2].

4. ELEKTROSTATIKA U VN POSTROJENJIMA

Elektrostatika predstavlja poseban slučaj elektromagnetnog polja u kojem se električne veličine ne mijenjaju u vremenu, odnosno gdje vrijedi da je $\frac{\partial E}{\partial t} = 0$. U stacionarnom (elektrostatičkom) slučaju Maxwell-ove jednačine se svode na

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v \quad (42)$$

uz konstitutivnu relaciju $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$ (skalarna ε u homogenim izotropnim dielektricima). Pošto je $\nabla \times \mathbf{E} = 0$, postoji skalarni potencijal φ takav da je $\mathbf{E} = -\nabla \varphi$. Uopštavanjem za nehomogene medijume dobija se Poisson-ova jednačina:

$$\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \varphi) = -\rho_v \quad (43)$$

U homogenom području bez zapreminskih slobodnih naelektrisanja ($\rho_v = 0$) slijedi Laplace-ova jednačina:

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (44)$$

Ove dvije jednačine čine osnovu teorije elektrostatike i predstavljaju polaznu tačku za analitičko i numeričko rješavanje električnog polja u VN postrojenjima. Njihova rješenja omogućavaju određivanje raspodjele potencijala i električnih polja u prostorima između provodnika, izolacionih materijala i uzemljenih konstrukcija, što je ključno za procjenu električnih naprežanja i sigurnosnih granica rada postrojenja. Za jedinstveno rješenje Poisson-ove ili Laplace-ove jednačine neophodno je definisati odgovarajuće granične uslove, što se posebno razmatra u sljedećem poglavlju. Primjena ovih jednačina u proračunu električnog polja u kompleksnim geometrijama, kao što su sabirnice, izolatori i rastavljači, najčešće se vrši pomoću numeričkih metoda poput FEM-a, čime se postiže visoka tačnost i mogućnost vizualizacije prostorne raspodjele polja [17], [23], [24].

4.1. Granični uslovi elektrostatike

Rješenja Poisson-ove i Laplace-ove jednačine u realnim VN postrojenjima moraju zadovoljiti određene granične uslove koji opisuju ponašanje električnog polja na spojevima različitih materijala — provodnika, dielektrika i vazduha. Ovi uslovi predstavljaju fizički izraz činjenice da su električne veličine na granicama između različitih sredina međusobno povezane i ne mogu se mijenjati proizvoljno [17], [23].

U elektrostatici se posmatraju dvije osnovne komponente električnog polja u odnosu na granicu: tangencijalna i normalna.

Tangencijalna komponenta električnog polja mora biti kontinualna na granici između dvije sredine. To proizilazi iz činjenice da je vrtložnost električnog polja jednaka nuli, odnosno da ne postoji kružno električno polje u stacionarnim uslovima:

$$\nabla \times E = 0 \quad (45)$$

Iz ove relacije slijedi da linije električnog polja ne mogu imati prekid ili “skok” tangencijalne komponente na graničnoj površini. Dakle, ako se označe tangencijalne komponente polja u dvije susjedne sredine kao E_{1t} i E_{2t} , tada važi:

$$E_{1t} = E_{2t}.$$

U praksi, to znači da električni potencijal mora biti konstantan preko granice, tj. da ne može doći do “skoka napona” između dodirnih tačaka različitih materijala [24], [29].

Za razliku od tangencijalne komponente električnog polja, normalna komponenta dielektričnog pomjeraja D može imati prekid na granici između dvije sredine ukoliko postoji površinsko naelektrisanje. To se izražava relacijom:

$$(D_{2n} - D_{1n}) = \rho_s, \quad (46)$$

gdje je ρ_s površinska gustina slobodnog naelektrisanja. Ukoliko na granici nema slobodnih naelektrisanja ($\rho_s = 0$), tada je i normalna komponenta D konstantna, što znači da se linije električnog polja “glatko” nastavljaju iz jedne sredine u drugu. U suprotnom, u prisustvu naelektrisanja, linije polja “počinju” ili “završavaju” na granici, što je slučaj na površini naelektrisanih provodnika [17], [18].

Na površini idealnog provodnika u elektrostatici električno polje mora biti normalno na površinu, jer tangencijalna komponenta ne može postojati — u suprotnom bi došlo do kretanja slobodnih naelektrisanja unutar provodnika, što je u elektrostatici nemoguće. Potencijal provodnika ima konstantnu vrijednost, a gustina površinskog naelektrisanja određena je izrazom:

$$\rho_s = \varepsilon E_n, \quad (47)$$

gdje je E_n normalna komponenta električnog polja neposredno iznad površine provodnika [14], [17].

4.2. Kvazi-statičko električno polje oko sabirnica

Sabirnice u VN postrojenjima predstavljaju ključne vodljive elemente koji služe za raspodjelu električne energije između prekidača, rastavljača, transformatora i drugih uređaja. Zbog visokih napona i malih rastojanja između faza i prema uzemljenim konstrukcijama, raspodjela električnog polja oko sabirnica od presudnog je značaja za električnu čvrstoću postrojenja i sprječavanje pojave korone [32], [27].

U analizi električnog polja sabirnica pretpostavlja se stacionarno stanje i homogeni dielektrik (vazduh), što omogućava primjenu Laplace-ove jednačine:

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (48)$$

Na osnovu poznatih geometrijskih i graničnih uslova, ova jednačina daje raspodjelu potencijala $\varphi(x, y)$, a električno polje se zatim dobija kao:

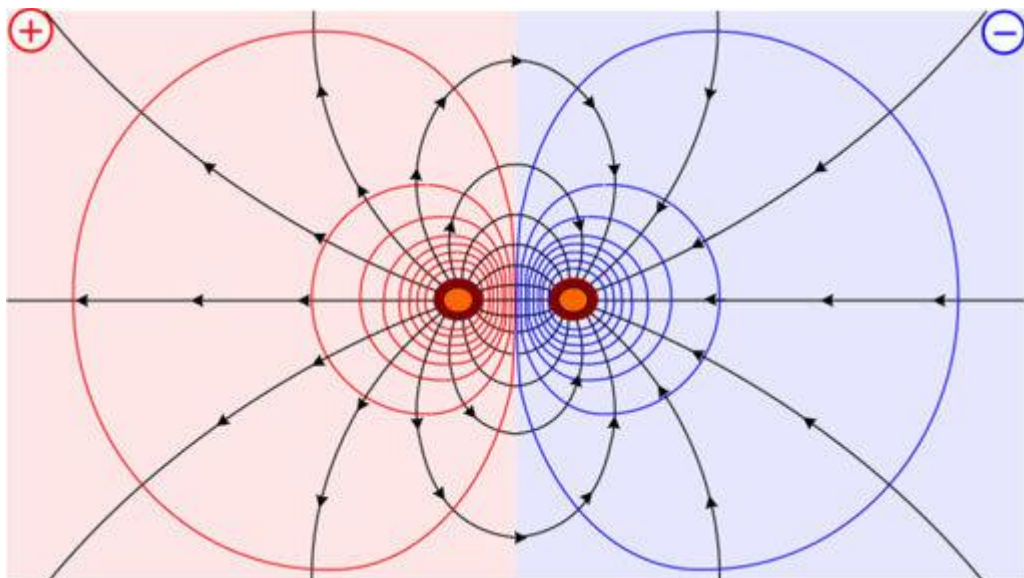
$$E = -\nabla\varphi. \quad (49)$$

U inženjerskoj praksi, sabirnice se modeluju kao beskonačni cilindrični provodnici paralelni sa zemljom ili drugim faznim provodnicima [23], [17]. Za dvije paralelne sabirnice koje nose potencijale $+\varphi_0$ i $-\varphi_0$, električno polje se može opisati rješenjem Laplace-ove jednačine u bipolarnim koordinatama. Ovaj pristup omogućava dobijanje analitičkih izraza za potencijal i kapacitivnost po jediničnoj dužini sabirnica, što pruža uvid u ponašanje polja i njegovu zavisnost od međusobnog rastojanja i poluprečnika sabirnica [25], [26].

Za sistem dvije sabirnice radijusa a , čije su ose razmaknute za rastojanje S , maksimalna jačina električnog polja na površini cilindra aproksimativno se može izraziti kao:

$$E_{\max} \approx \frac{V}{a \ln\left(\frac{S}{a}\right)}, \quad (50)$$

gdje je V razlika potencijala između sabirnica. Ovaj izraz pokazuje da se jačina polja povećava sa smanjenjem međusobnog rastojanja i smanjenjem radijusa sabirnice. Na slici 1 data je raspodjela linija električnog polja oko dvije paralelne cilindrične sabirnice.



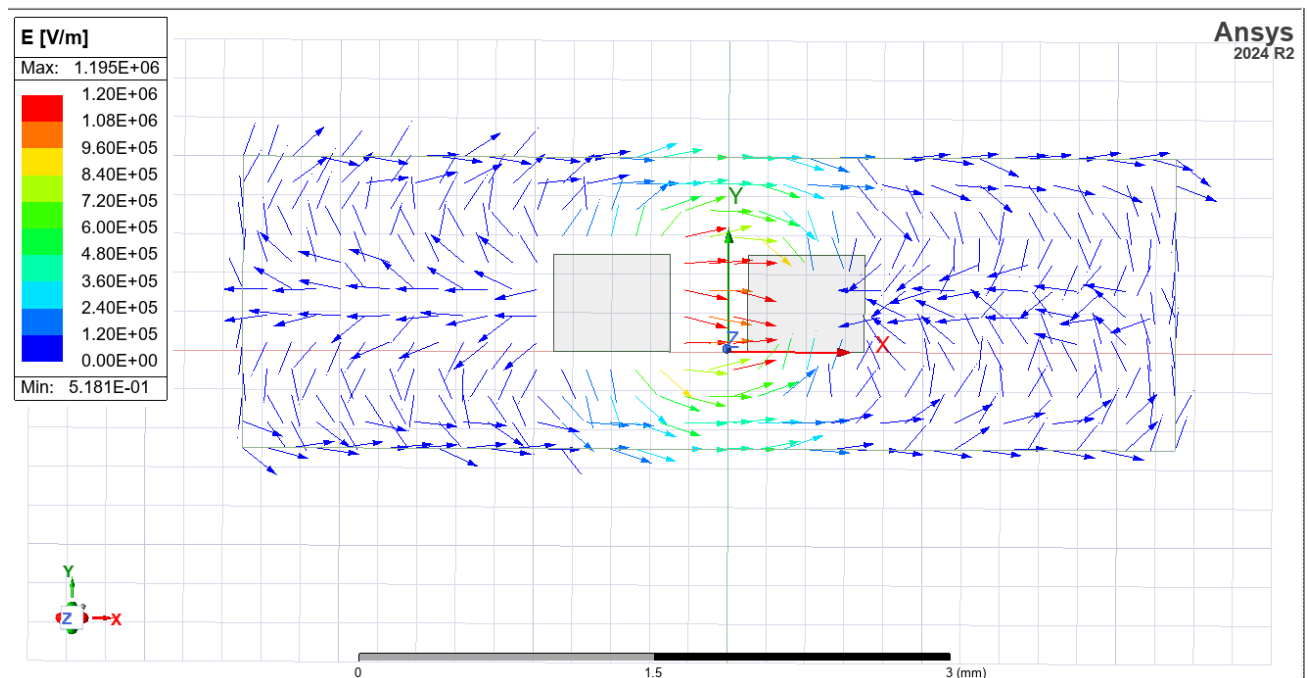
Slika 1 Raspodjela linija električnog polja oko dvije paralelne cilindrične sabirnice [28]

U realnim VN postrojenjima sabirnice rijetko imaju idealan cilindrični oblik – često su spojene stezaljkama, izolatorima, prelaznim elementima i spojnim šinama, što uzrokuje lokalne nelinearnosti i pojačanja električnog polja. Zbog toga se analitički modeli koriste samo kao orijentacioni, dok se za precizne proračune koristi numerička analiza, najčešće FEM [33], [2].

Numerička simulacija omogućava da se identifikuju kritične tačke (tzv. *hot spots*) na kojima električno polje dostiže vršne vrijednosti, posebno u zonama zakrivljenja, spojeva i oštih ivica. Ove vrijednosti su od presudne važnosti, jer određuju rizik od pojave korone, djelimičnih pražnjenja i jonizacije zraka koje mogu dovesti do gubitaka energije i degradacije izolacije [34], [32]. Postoji nekoliko načina kako ovo riješiti:

- Povećanje radijusa sabirnica ili korišćenje šupljih aluminijumskih cijevi umjesto punih šipki, čime se postiže ravnomjernija raspodjela naelektrisanja.
- Zaobljavanje ivica i ugrađivanje zaštitnih kugli i prstenova na spojnim mjestima, čime se smanjuje lokalna zakrivljenost i maksimalna jačina polja.
- Uvođenje uzemljenih zaštitnih žica između faza (tzv. „screen wires“) koje djeluju kao električni oklop i umanjuju međusobni uticaj faza.
- Takve modifikacije geometrije značajno utiču na raspodjelu potencijala i mogu se kvantitativno analizirati pomoću FEM modela u softverskim alatima kao što su ANSYS Maxwell, COMSOL Multiphysics ili Elmer FEM.

Dobijene vrijednosti električnog polja moraju biti u skladu sa preporukama ICNIRP i IEEE C95.6 standarda [11], [12], koji definišu granične vrijednosti električnog i magnetnog polja na frekvenciji od 50 Hz. Na slici 2 je prikazana raspodjela električnog polja oko sabirnica sa oštrim ivicama.

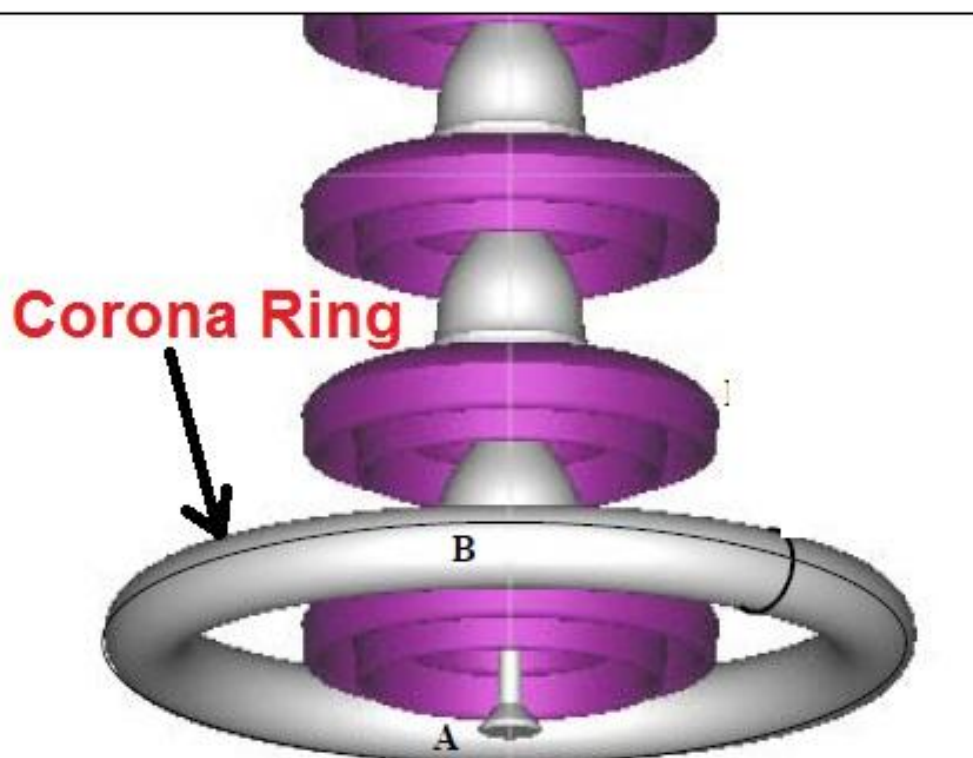


Slika 2 Raspodjela električnog polja oko dvije paralelne pravougaone sabirnice

4.3. Kvazi-statičko električno polje duž izolatora

Izolatori u VN postrojenjima obezbjeđuju mehaničku potporu i električno razdvajanje između provodnih dijelova i uzemljenih konstrukcija. Njihova osnovna funkcija je da spriječe proboj ili površinsko klizanje električnog luka. Zbog složene geometrije i različitih dielektričnih svojstava materijala, raspodjela električnog polja duž izolatora je nelinearna i zahtijeva detaljnu analizu. U idealnom slučaju, kada bi izolator bio homogeni cilindar između dvije elektrode, raspodjela potencijala duž njegove površine bila bi linearna. Međutim, u realnim uslovima — zbog prisustva metalnih okova, elemenata za vezu i različite dužine “sheds” (rebara za povećanje puzne staze) — dolazi do neujednačene raspodjele električnog polja. Najveća jačina električnog polja javlja se u blizini gornjeg i donjeg okova izolatora, tj. u zonama najveće koncentracije linija električnog fluksa. Ova neravnomjernost je naročito izražena kod polimernih i kompozitnih izolatora, kod kojih su površinski efekti i uticaj zagađenja značajni. Analize sprovedene FEM metodom pokazuju da električno polje može dostići i do 2 – 3 puta veće vrijednosti na krajevima izolatora u odnosu na sredinu lanca [35].

Da bi se postigla ravnomjernija raspodjela električnog polja i smanjila maksimalna jačina polja na krajevima izolatora, u praksi se primjenjuju tzv. prstenovi za gradiranje-*grading rings* (slike 3 i 4). To su kružni metalni prstenovi koji se postavljaju u blizini elektroda i služe kao dodatni ekvipotencijalni slojevi. Na taj način se linije električnog fluksa “raspoređuju” šire, čime se smanjuje lokalni gradijent napona. Rezultati simulacija i mjerenja pokazuju da pravilnim izborom prečnika i položaja prstena može doći do smanjenja vršne jačine polja i do 40 % [35], [36]. Ova mjera je naročito važna kod izolatora napona 110 kV i više, gdje korona i djelimična pražnjenja mogu izazvati ubrzano starenje materijala.



Slika 3 Korona prsten [30]



Slika 4 Korona prsten [31]

Raspodjela električnog polja zavisi i od površinskih uslova. Vlažnost, zagađenje (prašina, so, dim), kao i nehomogena raspodjela vodljivosti površine mogu značajno promijeniti lokalnu jačinu polja. U takvim uslovima dolazi do formiranja površinskih struja i mogućeg pojavljivanja djelimičnih pražnjenja, što smanjuje dielektričnu čvrstoću izolatora. Standard IEC TS 60815 propisuje klasifikaciju stepena zagađenja okoline (L – Light, M – Medium, H – Heavy, VH – Very Heavy) i odgovarajuće minimalne specifične dužine puzne staze u mm/kV. Na osnovu ovih vrijednosti dimenzionišu se izolatori u zavisnosti od klimatskih i industrijskih uslova okoline [37], [38]. U tabeli 1 date su vrijednosti dužina puzne staze u zavisnosti od zagađenja [38].

Tabela 1 Dužina puzne staze u zavisnosti od zagađenja

Nivo zagađenja	Klasa	USCD(mm/kV) (Fazni napon)	Opis okoline
Blagi	b	27.8	Ruralne oblasti
Srednji	c	34.7	Slaba industrija
Visoki	d	43.3	Industrijska zona
Veoma visoki	e	53.7	Teška industrija

4.4. Korona i kritični električni gradijent

Kada električno polje na površini izolatora ili na korona prstenu dostigne određenu kritičnu vrijednost, dolazi do jonizacije vazduha i pojave korone. Tradicionalno, početak korone se procjenjuje pomoću Peek-ove formule:

$$E_c = 30\delta \left(1 + \frac{0.3}{\sqrt{\delta r}} \right) \left[\frac{kV}{cm} \right] \quad (51)$$

Gdje je:

- r poluprečnik provodnika u cm,
- δ faktor gustine vazduha u odnosu na standardne uslove

Ipak, savremene studije [39] ukazuju da Peek-ova formula daje samo približnu procjenu i da se stvarna pojava korone mora analizirati numerički, uzimajući u obzir hrapavost površine, temperaturu i pritisak. Zbog toga se u simulacijama u ANSYS Maxwell-u često koristi kriterijum lokalne gustine električnog polja kao pokazatelj rizika od korone.

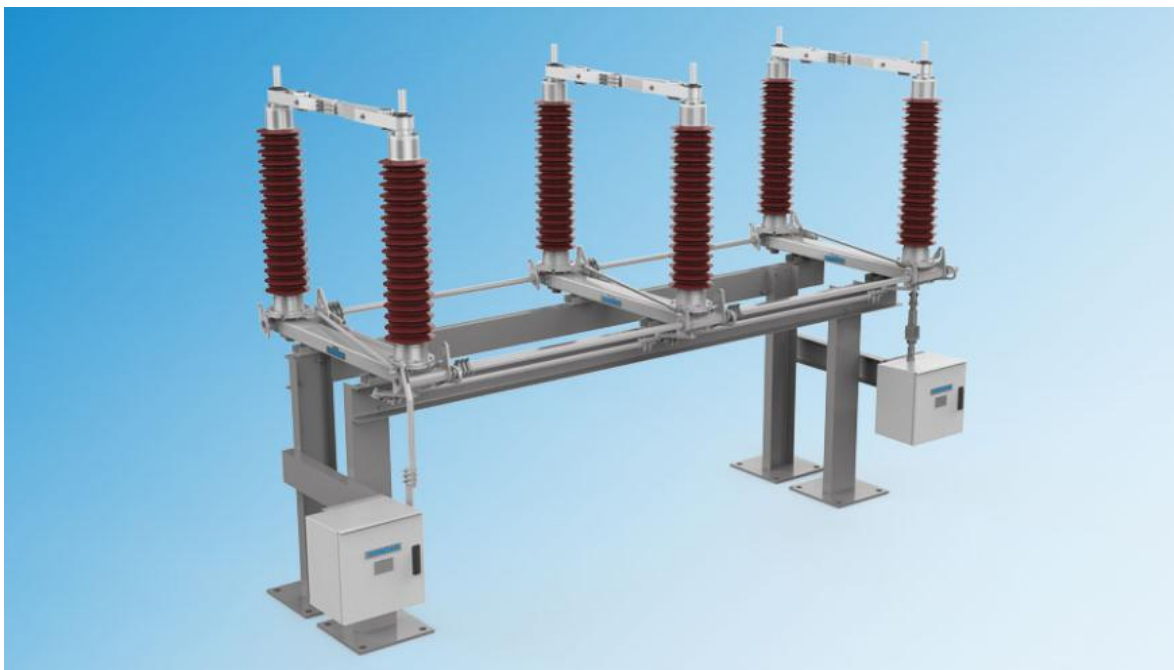
4.5. Kvazi-statičko električno polje kod rastavljača

Rastavljači su uređaji u VN postrojenjima koji služe za mehaničko razdvajanje strujnih krugova kada nema opterećenja. Iako nisu predviđeni za prekidanje struje pod opterećenjem, njihova konstrukcija mora obezbijediti adekvatnu električnu čvrstoću između otvorenih kontakata i okolnih metalnih dijelova. Zbog visokog potencijala i malih rastojanja u otvorenom položaju, rastavljači su među elementima kod kojih se javljaju najveće lokalne vrijednosti električnog polja, što ih čini kritičnim za pojavu korone i djelimičnih pražnjenja [32], [27].

U otvorenom položaju rastavljača formira se neravnomjerno električno polje između pokretne i fiksne elektrode (“noža” i “čeljusti”). Polje je najintenzivnije u zoni vrhova, ivica i prelaza između kontakata, gdje dolazi do koncentracije linija električnog fluksa. Za aproksimaciju ovog sistema može se koristiti Laplace-ova jednačina:

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (52)$$

uz Dirichlet-ove uslove: $\varphi = V$ na jednoj elektrodi i $\varphi = 0$ na uzemljenim dijelovima [8], [41]. Zbog složene geometrije, analitička rješenja nisu pogodna, te se raspodjela potencijala najčešće određuje FEM metodom, koje omogućavaju trodimenzionalni prikaz polja i identifikaciju tačaka sa najvećim gradijentom. Na slici 5 je dat prikaz tipičnog izgleda rastavljača.



Slika 5 Rastavljač [40]

Geometrija kontaktnih površina i prelaznih dijelova značajno utiče na raspodjelu električnog polja. Elektrode sa oštrim ivicama i malim radijusom zakrivljenja izazivaju lokalno pojačanje električnog polja i time povećavaju rizik od pojave korone. Da bi se taj efekat smanjio, krajevi noža i čeljusti rastavljača se konstruišu sa zaobljenim krajevima i često se dodaju uzemljeni zaštitni prstenovi ili kugle, koji “izvlače” linije polja i homogenišu raspodjelu potencijala u međuprostoru [8], [41].

Eksperimentalna istraživanja i FEM proračuni [27], [8] pokazala su da pravilno oblikovanje kontaktnih površina može smanjiti maksimalni električni gradijent i do 50 %, čime se podiže korona-napon i povećava pouzdanost uređaja. U otvorenom kontaktu rastavljača, električno polje može lokalno dostići vrijednosti blizu kritičnog gradijenta za jonizaciju zraka. Kada se dostigne ta vrijednost, nastaje korona, koja može prouzrokovati gubitke energije, radio-smetnje i degradaciju površine kontakata. Kao i kod sabirnica, prag za pojavu korone može se procijeniti pomoću Peek-ove relacije ili, preciznije, numeričkim rješenjem Poisson-ove jednačine u kombinaciji sa realnim uslovima gustine i pritiska. Proračuni pokazuju da dodavanje uzemljenih ekrana ili pomoćnih elektroda u zoni između kontakata znatno smanjuje površinski gradijent, jer se dio potencijalne razlike “raspoređuje” na dodatne metalne površine [32], [39]. Ovaj princip je u osnovi modernih konstrukcija rastavljača kod napona 110 kV i viših.

5. MAGNETOSTATIKA U VN POSTROJENJIMA

Magnetostatika proučava magnetna polja koja nastaju usljed postojanih (stacionarnih) električnih struja. U okviru VN postrojenja, magnetostatički fenomeni su od posebnog značaja, jer struje koje protiču kroz sabirnice, transformatore, vodove i sklopnu opremu mogu generisati jaka magnetna polja koja utiču na elektromagnetnu kompatibilnost i bezbjednost osoblja [1], [3]. Osnovni zakoni magnetostatike su Biot–Savart-ov i Ampere-ov zakon, koji predstavljaju matematički opis odnosa između električne struje i magnetnog polja.

Biot-Savart-ov zakon eksperimentalno je ustanovljen krajem XIX vijeka, Biot–Savart-ov zakon daje izraz za magnetnu indukciju u svakoj tački prostora koja je posljedica struje I u nekom provodniku [16]. Matematički oblik zakona glasi:

$$B(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \left(\frac{I dl \times \hat{r}}{|r|^2} \right) \quad (53)$$

gdje su:

- B – vektor magnetne indukcije,
- $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m– magnetska permeabilnost vakuumu,
- dl – vektorski element provodnika,
- \hat{r} – jedinični vektor iz elementa provodnika prema tački posmatranja,
- $|r|$ – rastojanje između tačke i elementa provodnika [15].

Biot–Savart-ov zakon predstavlja magnetostatičku analogiju Kulonovog zakona u elektrostatici, pri čemu je osnovna razlika vrtložna priroda magnetnog polja — vektori magnetne indukcije su uvijek tangencijalni na kružne linije oko provodnika [17]. U praksi VN postrojenja, ovaj zakon se koristi za određivanje magnetne indukcije u okolini sabirnica, kablova i rastavljača, naročito u postrojenjima velikih struja (red veličine 1–5 kA) [3]. Ampere-ov zakon daje integralnu vezu između magnetnog polja i ukupne struje koja prolazi kroz zatvorenu konturu [15]:

$$\oint_C B \cdot dl = \mu_0 I_{prov} \quad (54)$$

gdje su:

- C predstavlja zatvorenu putanju integracije,
- I_{prov} ukupnu struju unutar površine omeđene tom konturom.

U magnetostatičkom režimu, Ampere-ov zakon omogućava jednostavno određivanje magnetne indukcije u slučajevima visoke simetrije, poput beskonačnog pravolinijskog provodnika ili torusa.

5.1. Beskonačni pravolinijski provodnik

Za beskonačan pravolinijski provodnik struje I u vakuumu (ili vazduhu), vektor B je tangentno kružan oko provodnika i zavisi samo od radijalnog rastojanja r [15]. Dakle $B = B(r)$.

Ampere-ov zakon [18] (integralni oblik):

$$\oint_C B \cdot dl = \mu_0 I_{prov} \quad (55)$$

Ako se uzme kružna kontura poluprečnika r sa centrom u osi provodnika. Tada je $B \cdot dl = B(r) dl$ i

$$B(r) \oint dl = B(r)(2\pi r) = \mu_0 I \Rightarrow \left[B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \right] \text{ (radijalno: } B = B \hat{\phi} \text{)}$$

Kako je $B = \mu_0 H$ (vazduh), dobija se:

$$\left[H(r) = \frac{I}{2\pi r} \right] \quad (56)$$

5.2. Kružna strujna petlja (namotaj)

Ako se posmatra kružna petlja kroz koju protiče struja I , tada se, koristeći Biot-Savart-ov [16] zakon dobija:

$$B_{centar} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{kružnica} \frac{dl \sin 90^\circ}{a^2} = \frac{\mu_0 I 2\pi a}{4\pi a^2} = \left[\frac{\mu_0 I}{2a} \right].$$

Za N indentičnih zavoja (čvrsto „naslaganih“ u istom položaju):

$$B_{centar} = \left[\frac{\mu_0 N I}{2a} \right]. \quad (57)$$

5.3. Toroidni model (magnetni krug)

Za toroid (dobar lokalni model jezgra transformatora): srednji poluprečnik r_m , efektivna dužina magnetnog puta $l_m \approx 2\pi r_m$, poprečni presjek A_c i relativna permeabilnost jezgra μ_r , duž kružne linije unutar jezgra ima se:

$$\oint H \cdot dl = H l_m = NI \Rightarrow \left[H = \frac{NI}{l_m} \right], \quad \left[B = u_0 u_r H = \frac{u_0 u_r (NI)}{l_m} \right].$$

Ovo je osnovna veza za procjenu indukcije u jezgru pod zadatim brojem amperskih namotaja NI . U realnim jezgrima $\mu_r = \mu_r(B)$ (nelinearno, histerezis), pa se u praksi koristi histerezisna kriva $B - H$ i numeričke metode (FEM) za tačan raspored B [42].

Takođe, potrebno je definisati i magnetomotornu silu [18] (MMF) $F = NI$ i reluktansu magnetnog puta:

$$R = \frac{l_m}{u_0 u_r A_c} \quad (58)$$

Magnetni tok Φ zadovoljava:

$$\left[\Phi = \frac{F}{R} = \frac{NI}{R} \right], \quad B = \frac{\Phi}{A_c}. \quad (59)$$

Za zazor (air-gap) dužine g : ukupna reluktansa $\mathcal{R}_{\text{tot}} \approx \frac{l_{\text{Fe}}}{\mu_0 \mu_r A_c} + \frac{g}{\mu_0 A_c}$. Često je $\frac{g}{\mu_0 A_c}$ dominantna \rightarrow snažno smanjenje Φ i rast potrebnog NI (bitno za reaktore, mjerne transformatore sa zazorom i procjenu rasipnog toka u VN okruženju) [3].

5.4. Značaj u VN postrojenjima

Značaj poznavanja magnetnog polja je višestruk:

- Magnetna polja utiču na elektromagnetnu kompatibilnost (EMC) i mogu izazvati indukovane struje u susjednim provodnicima i metalnim konstrukcijama.
- Precizan proračun magnetnog polja je neophodan radi procjene izloženosti osoblja i saglasnosti sa međunarodnim standardima (npr. ICNIRP, IEEE C95.) [11], [12].
- U projektovanju transformatora i sabirničkih sistema koristi se kombinacija analitičkih izraza (Biot–Savart, Ampère) i numeričkih metoda (FEM) za

postizanje optimalne konfiguracije i smanjenje elektromagnetnog zračenja [3],
[5].

6. NUMERIČKE METODE ZA RJEŠAVANJE ELEKTROMAGNETNIH POJAVA

FEM metoda se zasniva na zamjeni kontinualnog domena (Ω) diskretnom mrežom elemenata (tetraedri/heksaedri u 3D; trouglovi/kvadrilaterali u 2D), pri čemu se nepoznata polja aproksimišu pomoću baznih funkcija definisanih nad elementima. U elektromagnetici, za vremenski-harmonske probleme se tipično rješava sljedeći vektorski Helmholtz-ov tip operatora nad električnim poljem E [43], [44]:

$$\nabla \times (u^{-1} \nabla \times E) - \omega^2 \varepsilon E = i \omega J \quad u \Omega, \quad (60)$$

uz odgovarajuće granične uslove (Dirichlet—tangenta komponenta polja zadana; Neumann/impedansni; ili otvorene granice). Za magnetostatiku je standardan A—formulacioni pristup:

$$\nabla \times (v \nabla \times A) = J, \quad B = \nabla \times A, \quad (61)$$

a za elektrostatiku skalarni potencijal ϕ :

$$-\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \phi) = \rho. \quad (62)$$

Varijaciona (slaba) formulacija dobijena je množenjem test funkcijama i integrisanjem po domenu, što vodi na simetrične (Poisson/ magnetostatika) ili nesimetrične (harmonska polja) slabo-formulisane probleme pogodne za FEM diskretizaciju [43], [44]. Za korektnu elektromagnetsku aproksimaciju koriste se Nédélec-ovi rubni (edge) elementi konformni prostoru $H(\text{curl})$, koji eliminišu lažne (spurious) modove prisutne kod skalarnih/nodalnih elemenata.

Cilj FEM-a nije direktno rješavanje diferencijalne jednačine u jakom (klasičnom) smislu, nego pronalaženje aproksimiranog rješenja koje zadovoljava tzv. slabu (varijacionu) formu te jednačine. To se postiže tako što:

- diferencijalna jednačina se pomnoži test funkcijom (koja pripada istom funkcionalnom prostoru kao i traženo rješenje),
- a zatim se cijeli izraz integriše po domenu Ω .
- primjenom Green-ove (ili Stokes-ove) formule prenose se izvodi na test funkciju i na taj način se "oslabljava" uslov diferencijabilnosti (zato se zove *slaba forma*).

Primjer 1 [44].

Polazna jaka forma diferencijalne jednačine glasi:

$$\nabla \times (\nu \nabla \times A) = J, \quad u \Omega \quad (63)$$

uz granični uslov npr. $A \times n = 0$ na $\partial\Omega$, gdje su:

- A – magnetski vektor potencijala,
- $\nu = 1/\mu$ – magnetska reluktivnost,
- J – vektorska gustina struje.

Ako se pomnože obje strane test funkcijom w i integriše po domenu:

$$\int_{\Omega} w \cdot [\nabla \times (\nu \nabla \times A)] d\Omega = \int_{\Omega} w \cdot J d\Omega \quad (64)$$

Primijeni se identitet rotora (Greenovu formulu):

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (\nabla \times w) \cdot (\nu \nabla \times A) d\Omega - \int_{\partial\Omega} (n \times w) \cdot (\nu \nabla \times A) dS \\ = \int_{\Omega} w \cdot J d\Omega. \end{aligned} \quad (65)$$

Ako je na granici $A \times n = 0$ (Dirichlet-ov uslov), granični integral nestaje, i dobija se slaba forma:

$$\int_{\Omega} (\nabla \times w) \cdot (\nu \nabla \times A) d\Omega = \int_{\Omega} w \cdot J d\Omega. \quad (66)$$

Ova jednačina mora važiti za sve test funkcije w iz prostora $V = \{w \in H(\text{curl}, \Omega) : w \times n = 0 \text{ na } \partial\Omega\}$.

Primjer 2 [43], [2].

Polje A se sada aproksimira u diskretnom podprostoru $V_h \subset V$ pomoću baznih funkcija N_i :

$$A_h = \sum_{i=1}^N a_i N_i \quad (67)$$

Zamjenom u slabu formu, dobija se sistem linearnih jednačina:

$$\sum_{i=1}^N \left(\left[\int_{\Omega} (\nabla \times N_i) \cdot (v \nabla \times N_j) d\Omega \right] \right) a_j = \int_{\Omega} N_i \cdot J d\Omega, \quad (68)$$

što se može zapisati matrično kao:

$$Ka = f \quad (69)$$

gdje je:

- $K_{ij} = \int_{\Omega} (\nabla \times N_i) \cdot (v \nabla \times N_j) d\Omega$
- $f_i = \int_{\Omega} N_i \cdot J d\Omega$

Slaba formulacija se zove još i varijaciona, jer se može izvesti i iz principa minimuma energije (varijacionog principa). U magnetostatici, ukupna energija sistema glasi :

$$W(A) = \left(\frac{1}{2} \right) \int_{\Omega} v |\nabla \times A|^2 d\Omega - \int_{\Omega} J \cdot A d\Omega \quad (70)$$

Traženo rješenje A minimizuje ovaj funkcional $W(A)$. Kada se izvrši prvi varijacioni uslov $\delta W = 0$, upravo se dobija gornja slaba forma. Kada se govori o elektrostatici (Poisson-ova jednačina):

$$-\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \varphi) = \rho. \quad (71)$$

Slaba forma glasi:

$$\int_{\Omega} \varepsilon \nabla \varphi \cdot \nabla v d\Omega = \int_{\Omega} \rho v d\Omega, \quad (72)$$

za svaku test funkciju $v \in H_0^1(\Omega)$.

6.1. Diskretizacija i formiranje sistema jednačina

Diskretizacijom se polje, npr. E , razvija po vektorskoj bazi $\{N_e\}$ vezanoj za ivice elemenata:

$$E_h(r) = \sum_{e=1}^{N_e} E_e N_e(r) \quad (73)$$

Umetanjem u slabu formu dobija se rijedak linearni sistem:

$$Ke - \omega^2 Me = f, \quad (74)$$

Gdje su zapisi tipa

$$K_{ij} = \int_{\Omega} \mu^{-1} (\nabla \times N_i) \cdot (\nabla \times N_j) d\Omega, \quad M_{ij} = \int_{\Omega} \varepsilon N_i \cdot N_j d\Omega, \quad (75)$$

a f dolazi od izvora/ivica/impedansnih granica. U magnetostatici nastaje SPD sistem $Ka = j$, dok su harmonski problemi često neskalarni i kompleksni. Rješavanje se obavlja iterativnim metodama (CG za SPD; GMRES/BiCGStab za nesimetrične/indefinitne sisteme) uz preuslovljavanje (multigrid, domenska dekompozicija, Hiptmair–Xu preuslovljivači). Adaptivno h-/p- rafinisanje i a posteriori procjene greške (npr. Zienkiewicz–Zhu SPR) vode lokalnoj doradi mreže do konvergencije ciljne veličine. Za otvorene domene (rasprostiranje talasa) granice se numerički računaju upotrebom PML (perfectly matched layer) apsorbujućih slojeva, koji obezbjeđuju minimalna reflektovanja talasa na vještačkim granicama [46], [43].

FEM metode imaju mnogo prednosti i mane:

- Geometrijska i materijalna fleksibilnost. FEM prirodno tretira 3D kompleksne topologije, rasporede provodnika/izolatora i anizotropne/nelinearne materijale (npr. feromagnetike kroz $B(H)$ krive) sa lokalnim rafinisanjem gdje je polje strmo [43].
- Rješavanje različitih režima. Jedinstven okvir pokriva elektrostatičku, magnetostatičku, vrtložne struje (eddy currents), harmonske i tranzijentne probleme, uz mogućnost višefizičkog sprežanja (npr. elektromagnetika–mehanika termički efekti). Industrijski alati (ANSYS Maxwell) to implementiraju uz automatsko mrežasto usavršavanje [2].
- Adaptivnost i pouzdane procjene greške. SPR/ZZ i srodni estimatori omogućavaju ciljno upravljanje mrežom i dobijanje željene tačnosti uz minimalne troškove.
- Računarska zahtjevnost. Veliki 3D problemi sa finim mrežama i visokim p-redom vode vrlo velikim rijetkim sistemima, pa je izbor solvera/preuslovljivača i domenske dekompozicije presudan za performanse [46].

7. STANDARDI ELEKTROMAGNETNOG POLJA

Elektromagnetna polja (EM polja) u elektroenergetskim postrojenjima predmet su posebne pažnje zbog potencijalnog uticaja na zdravlje ljudi i sigurnost opreme. Zbog toga su razvijeni međunarodni standardi i smjernice koji definišu maksimalno dozvoljene nivoe izloženosti električnim i magnetnim poljima na mrežnoj frekvenciji od 50 Hz. Najznačajniji dokumenti u ovoj oblasti potiču od Međunarodne komisije za zaštitu od nejonizujućeg zračenja (ICNIRP), IEEE Standarda C95 i Direktiva Evropske unije [11], [12], [47].

ICNIRP (International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection) objavila je preporuke koje su globalno prihvaćene kao osnov za nacionalne regulative. Prema najnovijim ICNIRP smjernicama iz 2010. godine, na frekvenciji od 50 Hz:

- Za profesionalno izloženo osoblje, granica za efektivnu vrijednost električnog polja iznosi 10 kV/m, dok je za magnetnu indukciju limit 500 μ T.
- Za opštu populaciju, granice su znatno niže: 5 kV/m za električno polje i 200 μ T za magnetnu indukciju [11].

Američki IEEE Standard C95.6–2002 daje slične vrijednosti, ali je razvijen primarno za potrebe elektroenergetskog sektora u SAD-u. On definiše tzv. Maksimalne Dozvoljene Nivoe Izloženosti (MPE) za ljude. Na mrežnoj frekvenciji od 50/60 Hz, IEEE navodi:

- Za stručnu izloženost: električno polje do 20 kV/m i magnetna indukcija do 904 μ T.
- Za opštu populaciju: granice su 5 kV/m i 271 μ T [12].

Evropska unija kroz Direktivu 2013/35/EU postavila je obavezu implementacije zaštite od elektromagnetnih polja na radnim mjestima. Direktiva propisuje tzv. Action Levels (ALs) i Exposure Limit Values (ELVs), koji se odnose na električna i magnetna polja u funkciji frekvencije. Na mrežnoj frekvenciji od 50 Hz, granice se poklapaju sa ICNIRP smjernicama, jer je EU svoju regulativu zasnovala upravo na njima [47].

8. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

Metodologija predstavlja temelj svakog naučnog istraživanja, jer jasno definiše načine na koje se prikupljaju, obrađuju i analiziraju podaci. U ovom master radu metodologija ima poseban značaj zbog složenosti elektromagnetnih pojava u VN razvodnim postrojenjima i potrebe da se rezultati simulacija što preciznije uporede sa stvarnim mjerenjima.

Primjenjeni pristup kombinuje numeričko modelovanje elektromagnetnog polja pomoću FEM metode sa poređenjem dobijenih rezultata sa realnim eksperimentalnim mjerenjima elektromagnetnog polja sprovedenim u visokonaponskom postrojenju. Na ovaj način istraživanje ima dvostruku validaciju – teorijsku (zasnovanu na Maxwell-ovim jednačinama i numeričkoj metodi) i praktičnu (zasnovanu na mjerenjima).

Korišćenjem savremenih softverskih alata kao što su ANSYS Maxwell i Autodesk Fusion, omogućeno je kreiranje realističnog 3D modela postrojenja i izvođenje detaljnih simulacija elektromagnetnog polja. Ovi alati pružaju fleksibilnost i preciznost u modelovanju, a rezultati mogu da posluže ne samo za potvrdu hipoteze, već i za buduću primjenu u projektovanju i unapređenju bezbjednosti elektroenergetskih sistema.

8.1. Softverski alati i metode

ANSYS Maxwell predstavlja napredni softverski paket za numeričku analizu elektromagnetnih pojava zasnovan na FEM metodi. Ona omogućava rješavanje diferencijalnih jednačina koje opisuju elektromagnetno polje (Maxwell-ove jednačine) u kompleksnim geometrijama i realnim uslovima. Njena primjena je od posebnog značaja kod problema u kojima analitička rješenja nijesu primjenjiva zbog nelinearnosti materijala i složenih granica između različitih domena [2].

U ovom istraživanju ANSYS Maxwell je korišćen za:

- Elektrostatičku analizu, kojom je određena raspodjela električnog polja i potencijala između faznih vodova, izolatora i uzemljenih elemenata,
- Magnetostatičku analizu, kojom je izračunata raspodjela magnetne indukcije u prostoru oko strujnih provodnika i ostale opreme.

Proces obuhvata uvoz trodimenzionalnog modela iz Autodesk Fusion-a, definisanje materijalnih karakteristika (provodnost, relativna permitivnost, permeabilnost), graničnih uslova i pobuda (napon ili struja). Zatim se domen diskretizuje u mrežu konačnih elemenata (tzv. mesh), a rezultati se numerički rješavaju za svaki element. Time se dobija prostorna raspodjela vektorskih veličina \vec{E} i \vec{B} , na osnovu kojih se analiziraju intenziteti polja i identifikuju potencijalne „vruće tačke“ povećanog elektromagnetnog zračenja. Prednost ANSYS Maxwell-a je mogućnost 3D vizualizacije rezultata, čime se omogućava detaljno i precizno sagledavanje prostorne raspodjele polja i lakše uočavanje uticaja geometrije i konfiguracije postrojenja na formiranje kritičnih zona [2], [6].

Za kreiranje realnog geometrijskog modela visokonaponskog postrojenja korišćen je Autodesk Fusion, napredni CAD softver koji omogućava parametarsko i precizno 3D modelovanje. Ovim alatom izrađeni su svi ključni elementi postrojenja – sabirnice, rastavljači, prekidači, izolatori, potporne konstrukcije i uzemljeni elementi. Modeli su bazirani na tehničkoj dokumentaciji stvarnih postrojenja, čime je obezbijeđena visoka tačnost ulaznih podataka za simulaciju. Fusion je omogućio da se u fazi pripreme modela sprovede optimizacija geometrije, definisanje kontaktnih površina i izvoz u kompatibilan format (.SAT, .STEP) koji ANSYS Maxwell direktno prepoznaje. Time je obezbijeđena potpuna kompatibilnost između CAD i FEM okruženja, što je značajno smanjilo mogućnost greške prilikom prenosa podataka i omogućilo realističan prikaz fizičkih odnosa u prostoru [48].

Nakon izvođenja simulacija, rezultati su analizirani u ANSYS Electronics Desktop okruženju, koje omogućava napredne post-procesne funkcije. Dobijene su 3D mapa raspodjele električnog i magnetnog polja, izolinije potencijala, konture gustine magnetnog fluksa i vektorski dijagrami intenziteta polja. Ovi prikazi omogućavaju vizuelnu identifikaciju područja sa najvišim vrijednostima polja i njihovo poređenje sa graničnim vrijednostima definisanim prema ICNIRP i IEEE C95.6 standardima [11], [12].

Kvantitativna analiza obavljena je kroz grafičke prikaze rezultata u karakterističnim tačkama postrojenja. Na osnovu dobijenih vrijednosti, izvršeno je poređenje sa dostupnim eksperimentalnim mjerenjima iz literature i utvrđena saglasnost između numeričkih i realnih rezultata. Na taj način je potvrđena pouzdanost korišćenog numeričkog modela i njegova primjenjivost u budućim inženjerskim analizama elektromagnetnih polja.

8.2. Kreiranje 3D modela postrojenja

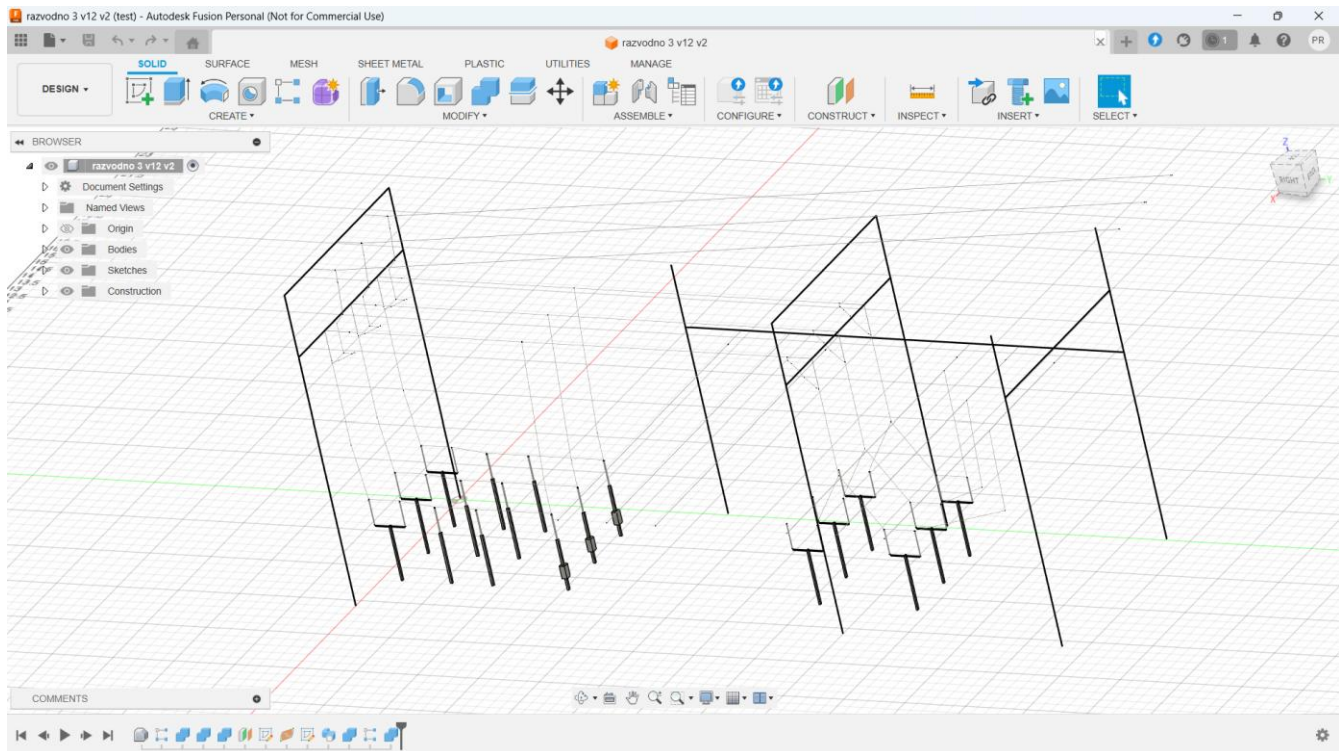
U Autodesk Fusion-u kreiran je realistični 3D model 110 kV dalekovodnog polja HE “Perućica”. Osnovne komponente uključene u model su:

- Provodnici
- Sabirnice
- Rastavljači
- Prekidači
- Mjerni i strujni transformatori

Provodnici i sabirnice modelovani su kao cilindrični elementi definisanog prečnika i dužine, izrađeni od bakra visoke provodnosti. Rastavljači i prekidači uključuju metalne noževe i kontakte, izrađene od galvanizovanog čelika, dok su nosači i izolacioni djelovi modelovani kao dijelektrici izrađeni od keramike. Za svaki element su definisani parametri materijala i geometrijski odnosi, uključujući rastojanja između faznih provodnika, visinu sabirnica, razmake između izolatora i njihovu poziciju u odnosu na tlo. Parametri su određeni na osnovu tehničke dokumentacije realnog 110 kV postrojenja. Ova pažljivo izvedena geometrijska konfiguracija omogućava realnu procjenu uticaja međusobnih položaja provodnika i uređaja na prostornu raspodjelu električnog i magnetnog polja [48].

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

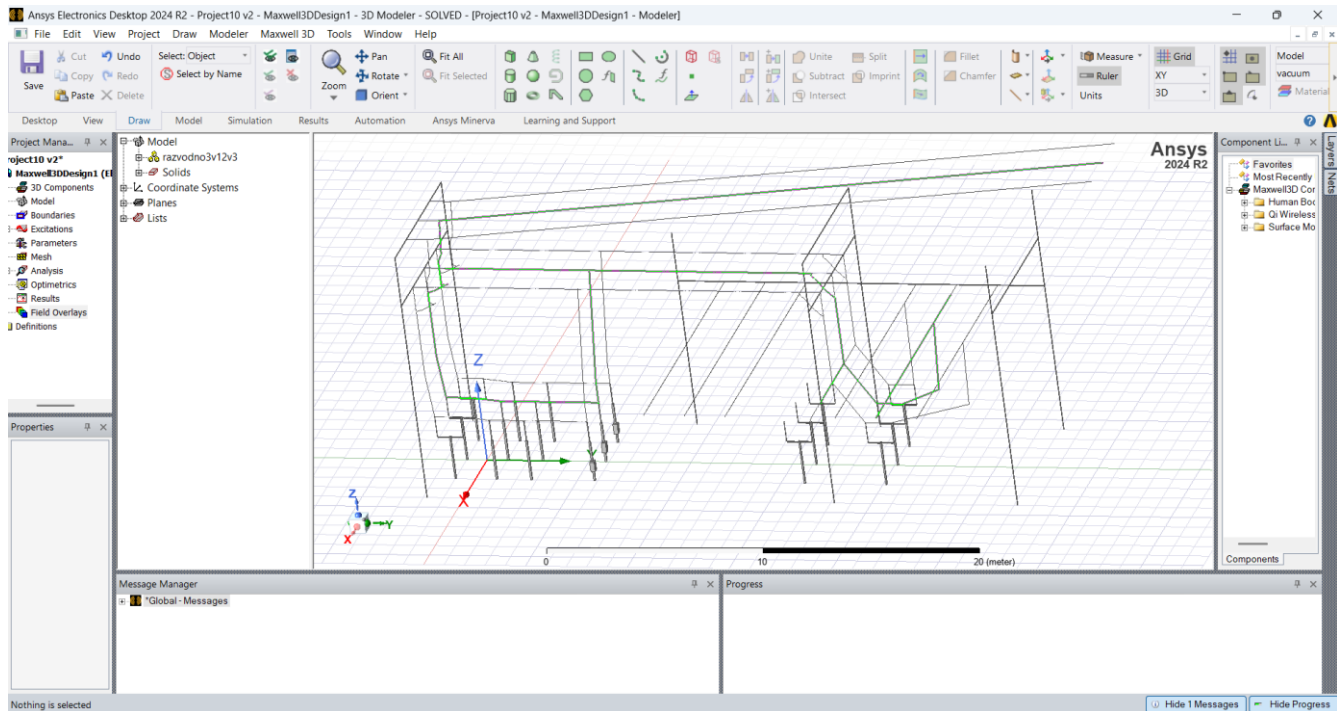
Model je pripremljen tako da bude kompatibilan sa ANSYS Maxwell-om, pri čemu su svi volumeni zatvoreni i pravilno definisane granice. Tokom prenosa u Maxwell, izvršena je optimizacija mreže (mesh refinement) radi balansiranja između tačnosti i vremena simulacije. Posebna pažnja posvećena je komponentama kod kojih se očekuje koncentracija polja — naročito u zonama rastavljača i priključaka sabirnica, gdje dolazi do lokalnog povećanja gustine linija električnog polja [2]. Na slici 6 prikazan je izgled modela u Autodesk Fusion-u.



Slika 6 3D model u Autodesk Fusion-u

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

Na slici 7 prikazan je 3D model u Ansys Maxwell-u.



Slika 7 3D model u Ansys Maxwell-u

8.3. Definisane granične uslove i ekscitacija

Za precizan numerički proračun elektromagnetnog polja u trodimenzionalnom modelu neophodno je pravilno definisati granične uslove (boundary conditions) i ekscitacije (sources). U okviru ANSYS Maxwell softverskog paketa, granični uslovi određuju interakciju analiziranog domena sa spoljašnjim prostorom, dok ekscitacije predstavljaju izvore elektromagnetnog polja — napone i struje koje pobuđuju analizirani sistem.

Model obuhvata 110 kV visokonaponski sistem, pri čemu su provodnici u različitim fazama ekscitovani sinusoidalnim naponom efektivne vrijednosti 110 kV. U simulaciji je korišćena trofazna simetrična konfiguracija sa faznim pomakom od 120° , što omogućava realističnu raspodjelu potencijala u elektrostatičkoj analizi. Napon svake faze V_{ph} u odnosu na zemlju definisan je kao:

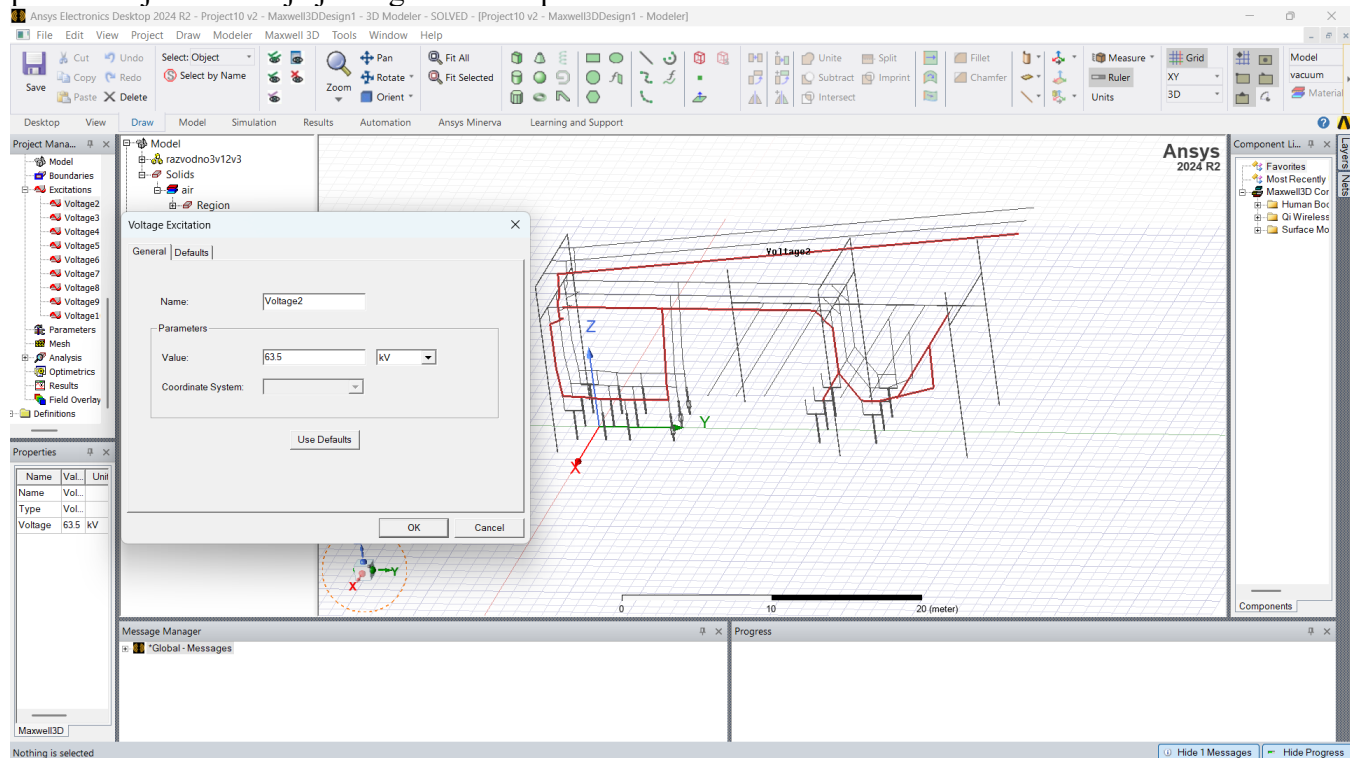
$$V_{ph} = \frac{V_{LL}}{\sqrt{3}} = \frac{110 \text{ kV}}{\sqrt{3}} \approx 63.5 \text{ kV} \quad (76)$$

gdje je V_{LL} linijski napon između faza.

U ANSYS Maxwell okruženju, ovaj potencijal se dodjeljuje površinama sabirnica i priključnih terminala rastavljača kao “Voltage Excitation” u okviru elektrostatičke analize. Referentni potencijal (0 V) je dodjeljen uzemljenim elementima na postolju opreme, metalnim konstrukcijama i okvirima [2]. Oko cijelog modela definisan je region koji predstavlja okolni

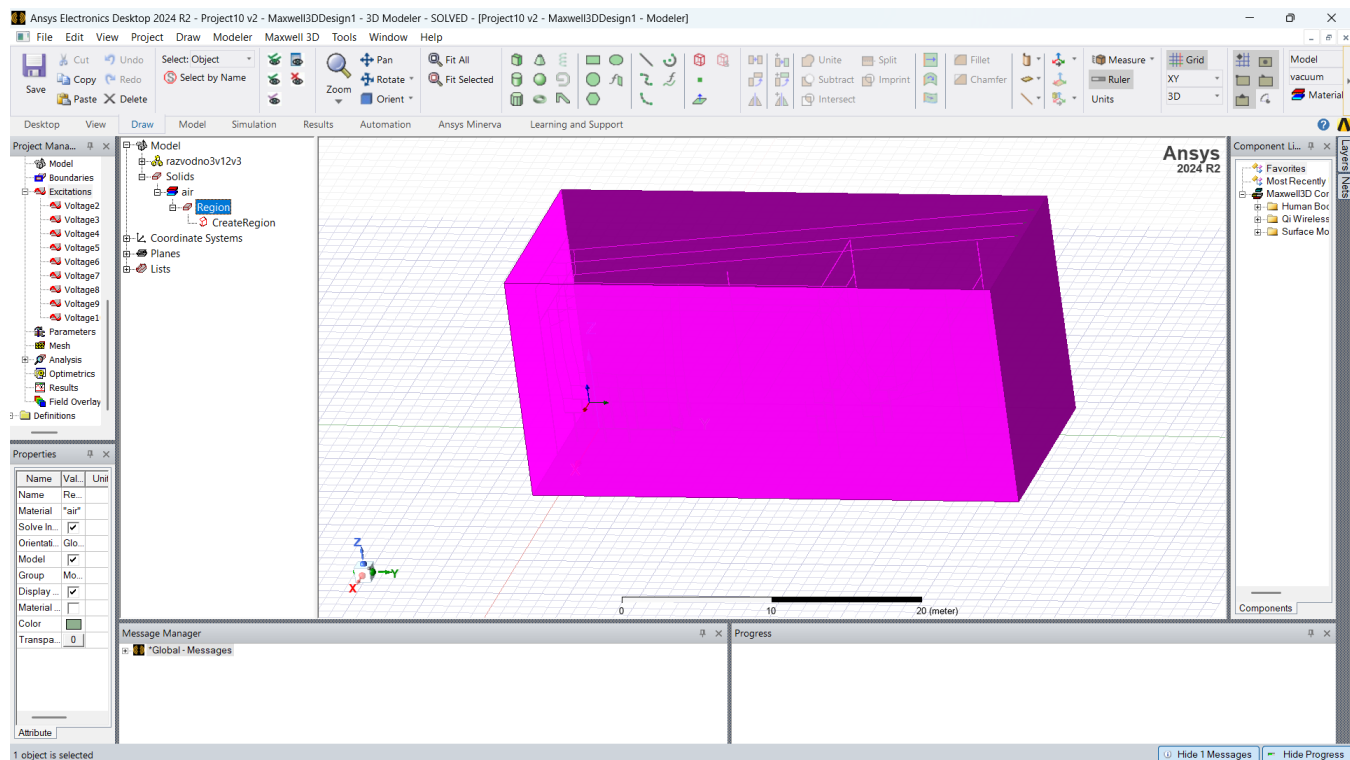
DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPNSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

vazduh, zbog pravilnog zatvaranja simulacionog prostora i tačne simulacije. Na slici 8 prikazana je ekscitacija jednog od faznih provodnika.



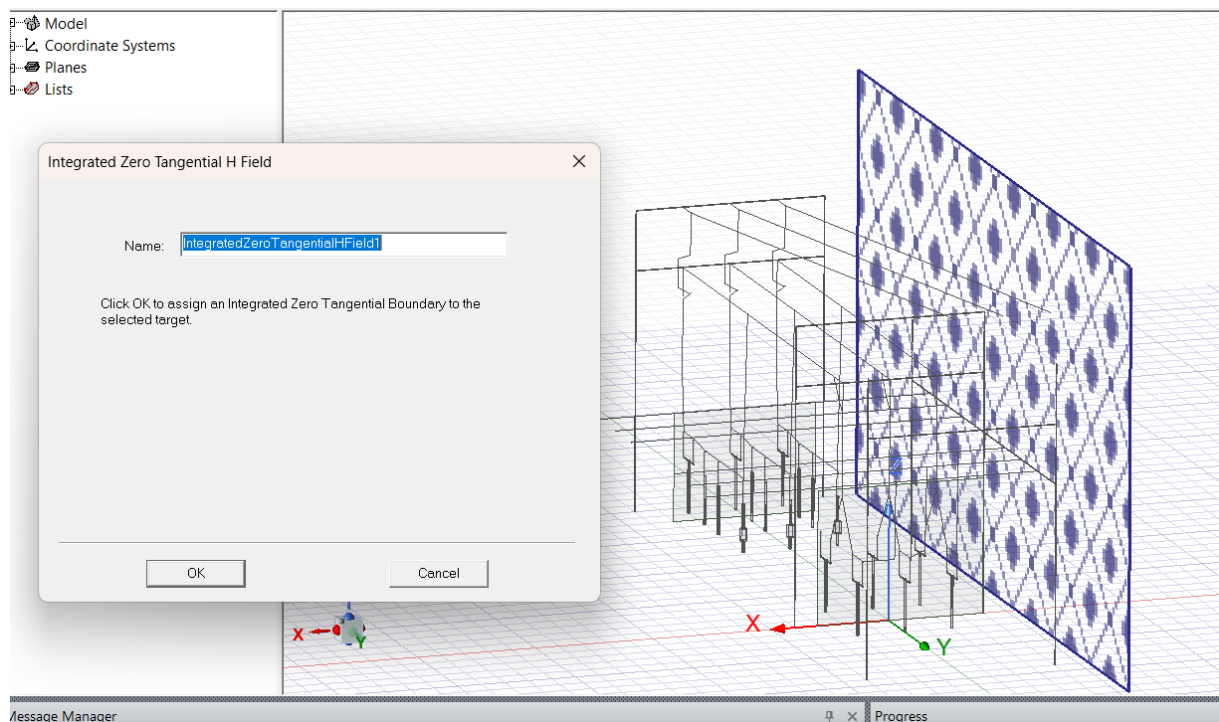
Slika 8 Fazna ekscitacija 63.5kV

Na slici 9 prikazan je vazdušni prostor oko modela dalekovodnog polja.



Slika 9 Prikaz vazdušnog regiona oko modela

Kako bi se spriječio uticaj ivica modela na rezultate polja, sve strane vazdušnog regiona su definisane kao `IntegratedZeroTangentialHField1`. Ovaj boundary (granica) omogućava zatvaranje simulacionog prostora, on mora biti dovoljno veliki kako ne bi dolazilo do refleksije i pogrešnih rezultata simulacije. Na slici 10 prikazana je jedna strana vazdušnog regiona koja ima boundary (granicu) [2].



Slika 10 Boundary (granica)

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

U magnetostatičkoj analizi, kroz fazne provodnike su uvedene realne struje koje odgovaraju strujama koje su proticale kroz dalekovod Podgorica I u trenutku izvršenog realnog mjerenja elektromagnetnog polja. Iz dnevnog izvještaja opterećenja HE „Perućica“ izvučeni su podaci o opterećenju koje je iznosilo 66MW. Trenutak mjerenja kod linijskog i sabirničkog rastavljača je 15:42 h i 16:09 h. Na slici 11 prikazano je dnevno opterećenje dalekovoda 110kV Danilovgrad I, koje je kasnije preimenovano u Podgorica I [49].

		ДАЛЕКОВОДИ 110 КВ										ДАНИЛОВГРАД I							
		НИКШИЋ I					НИКШИЋ II												
Врјеме	U _R	U _S	U _T	U _{RT}	I _R	I _S	I _T	P	Q	U _R	U _S	U _T	U _{RT}	I _R	I _S	I _T	P	Q	
	KV	KV	KV	KV	A	A	A	MW	MVA _{gr}	KV	KV	KV	KV	A	A	A	MW	MVA _{gr}	
0				116	30			5	1				116	30					
1				117	60			6	2				117	60					
2				117	40			6	2				117	40					
3				117	40			6	2				117	40					
4				119	30			2	1				119	30					
5				119	30			2	1				119	30					
6				119	30			2	1				119	30					
7				119	20			4	-				119	20					
8				118	20			4	-				118	20					
9				117	20			4	-				117	20					
10				116	20			4	-				116	20					
11				116	20			4	1				116	20					
12				116	20			4	1				116	20					
13				117	20			4	1				117	20					
14				117	20			4	1				117	20					
15				117	20			4	1				117	20					
16				117	20			4	1				117	20					
17				116	20			4	1				116	20					
18				116	20			4	1				116	20					
19				117	30			6	-1				117	30					
20				117	30			6	-1				117	30					
21				117	30			6	-1				117	30					
22				117	30			6	-1				117	30					

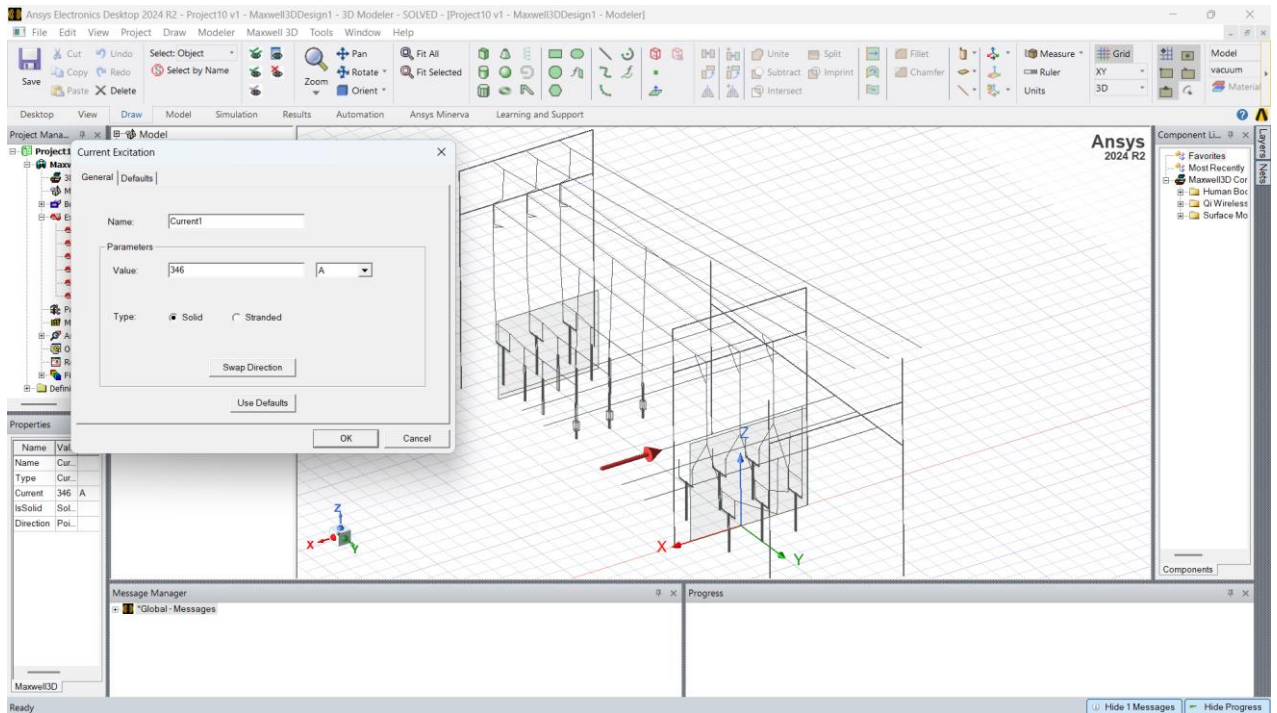
Slika 11 Dnevno opterećenje dalekovoda Podgorica I 110kV [49]

Struja koja je u trenutku mjerenja proticala kroz provodnike dalekovoda iznosi:

$$I_{ph} = \frac{P}{\sqrt{3} * V_{LL}} = \frac{66 \text{ MW}}{\sqrt{3} * 110 \text{ kV}} \approx 346 \text{ A} \quad (77)$$

Za potrebe modela, struje su definisane kao “Current Excitation” u ANSYS Maxwell-u, sa orijentacijom koja odgovara stvarnom smjeru toka energije u sistemu. Povratne struje u neutralnom i uzemljenim elementima definisane su automatski kroz FEM mrežu, čime se osigurava kontinuitet magnetnog toka u zatvorenom sistemu. Na slici 12 prikazana je strujna ekscitacija.

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA



Slika 12 Strujna ekscitacija 346 A

8.4. Materijali elemenata modela

U skladu sa dispozicionim crtežima postrojenja 110 kV i dostupnom tehničkom dokumentacijom, tabela 2 prikazuje materijale koji su korišćeni u modelu:

Tabela 2 Materijali elemenata [2]

Element	Materijal	Relativna permitivnost ϵ_r	Relativna permeabilnost μ_r	Električna provodnost σ [S/m]
Sabirnice i provodnici	Bakar (Cu)	1	0.999994	5.8×10^7
Konstruktivni dijelovi (stubovi, ramovi)	Konstruktioni čelik (Fe)	1	200–1000	1.1×10^7
Izolatori	Porcelan/keramika	4-6	1	1×10^{-10}
Vazduh (domen simulacije)	Vazduh	1.0006	1	0
Uzemljene površine	Čelik (idealni provodnik)	-	-	5×10^6

Parametri materijala su uzeti iz standardne biblioteke ANSYS Maxwell Material Database i validirani prema tehničkoj literaturi [2].

Kombinacijom pravilno definisanih napona, struja, materijala i graničnih uslova, simulacioni model realno reprodukuje elektromagnetno okruženje 110 kV razvodnog postrojenja. Ovakva konfiguracija omogućava precizno dobijanje kontura potencijala, linija magnetnog toka i identifikaciju zona povećanog intenziteta polja.

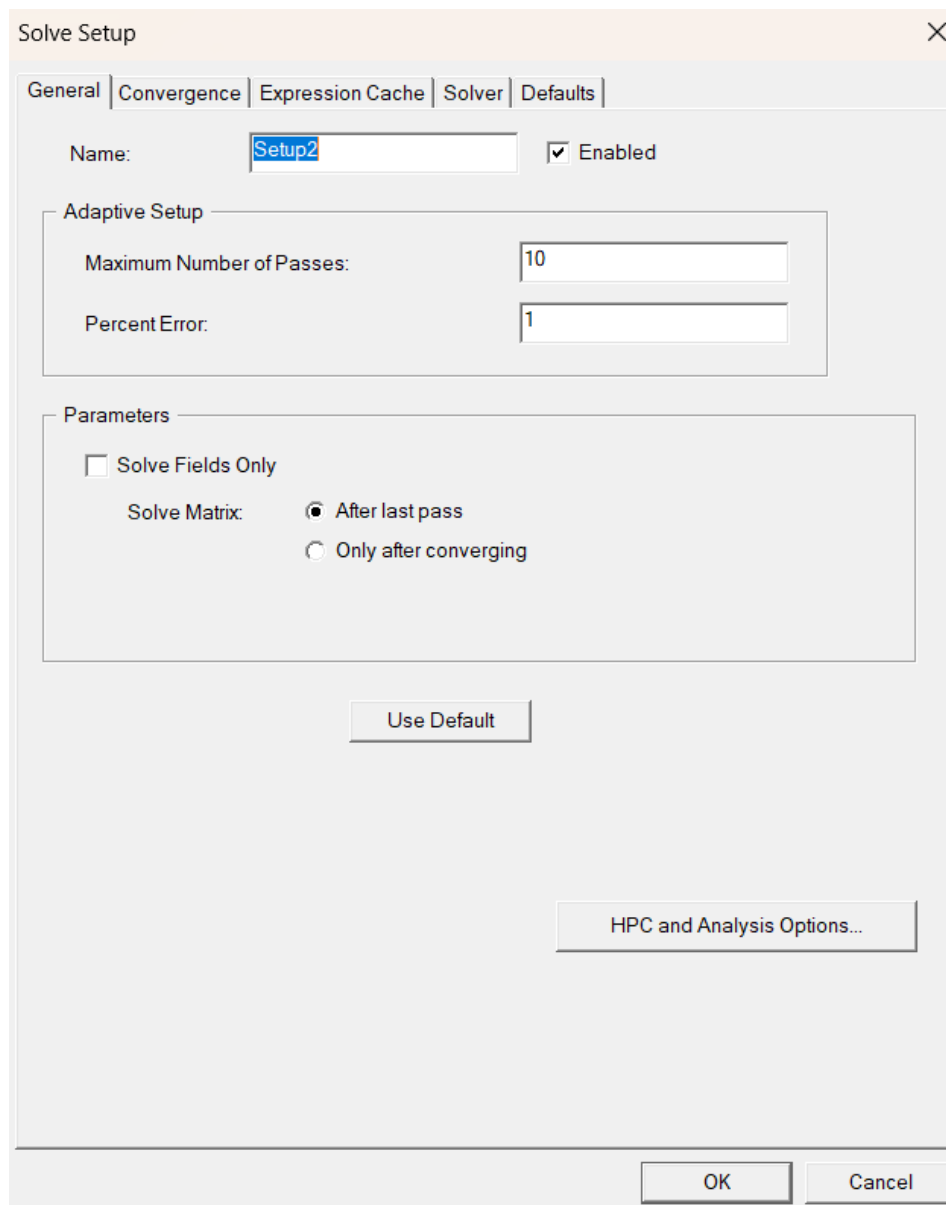
8.5. Diskretizacija i mreža

Kao što je ranije objašnjeno i navedeno u poglavlju 6, FEM metoda se zasniva na principu diskretizacije, tj. podjeli kompleksnog kontinuiranog domena na veliki broj malih, jednostavnih i međusobno povezanih elemenata konačne veličine — konačnih elemenata (eng. finite elements). Svaki od ovih elemenata ima definisane čvorove (nodes) na kojima se numerički rješavaju osnovne fizičke veličine, kao što su električni potencijal V , električna jačina polja E ili magnetni vektor potencijala A . U okviru svakog elementa, polje se aproksimira pomoću interpolacionih funkcija (tzv. shape functions) koje povezuju vrijednosti na čvorovima sa vrijednostima unutar elementa. Na taj način, diferencijalne Maxwell-ove jednačine prelaze u sistem algebarskih jednačina koji se može numerički riješiti pomoću računarskog softvera kao što je ANSYS Maxwell [2], [10].

Diskretizacija omogućava da se realno složene geometrije, poput visokonaponskih rastavljača, sabirnica i mjernih transformatora, precizno modeluju i analiziraju u 3D prostoru. Ključna prednost FEM metode je mogućnost da se rješavanje prilagodi lokalnim promjenama geometrije, materijala i graničnih uslova, što je od izuzetnog značaja u elektromagnetnim analizama visokonaponskih postrojenja. Veličina i gustina mreže imaju direktan uticaj na tačnost i stabilnost numeričkog rješenja. Fini elementi omogućavaju veću preciznost rezultata, ali povećavaju broj jednačina i ukupno vrijeme računanja. Zato se u praksi primjenjuje adaptivno mreženje (adaptive meshing), gdje softver automatski sužava mrežu u oblastima sa velikim gradijentima polja (npr. oko oštih ivica provodnika, izolatora ili spojeva rastavljača) i povećava veličinu elemenata u oblastima gdje se promjene polja sporo odvijaju [2], [5]. U ANSYS Maxwell-u proces diskretizacije obuhvata:

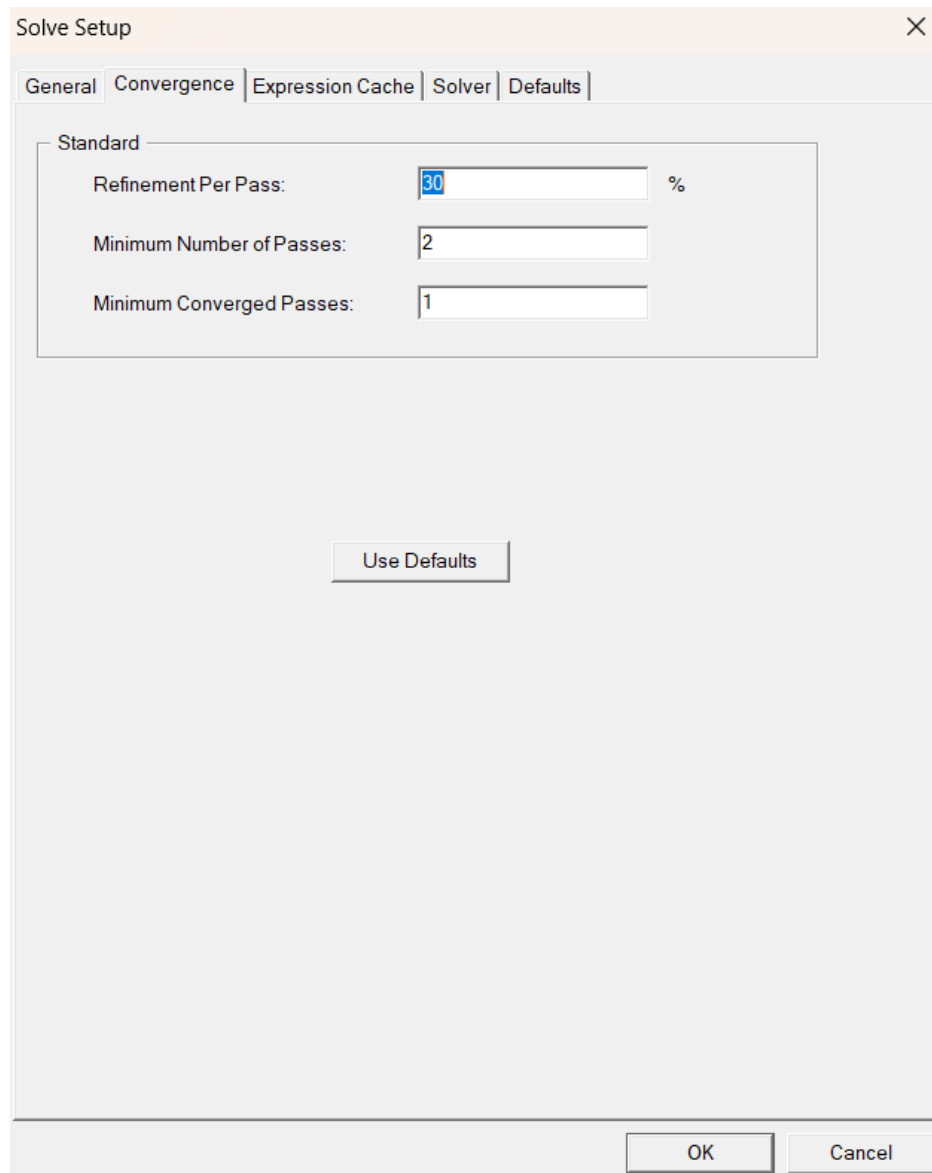
- definisanje tipa elemenata (tetraedarski, heksaedarski ili prizmatični),
- određivanje minimalne i maksimalne dužine stranice elementa,
- postavljanje kriterijuma za mesh refinement na kritičnim zonama,
- automatsku adaptaciju mreže tokom iterativnog rješavanja, dok se ne postigne konvergencija rezultata (kriterijum greške manji od zadate tolerancije).

Na slici 13 prikazan je Adaptive setup preko kojeg se definiše broj iteracija i procentna greška.



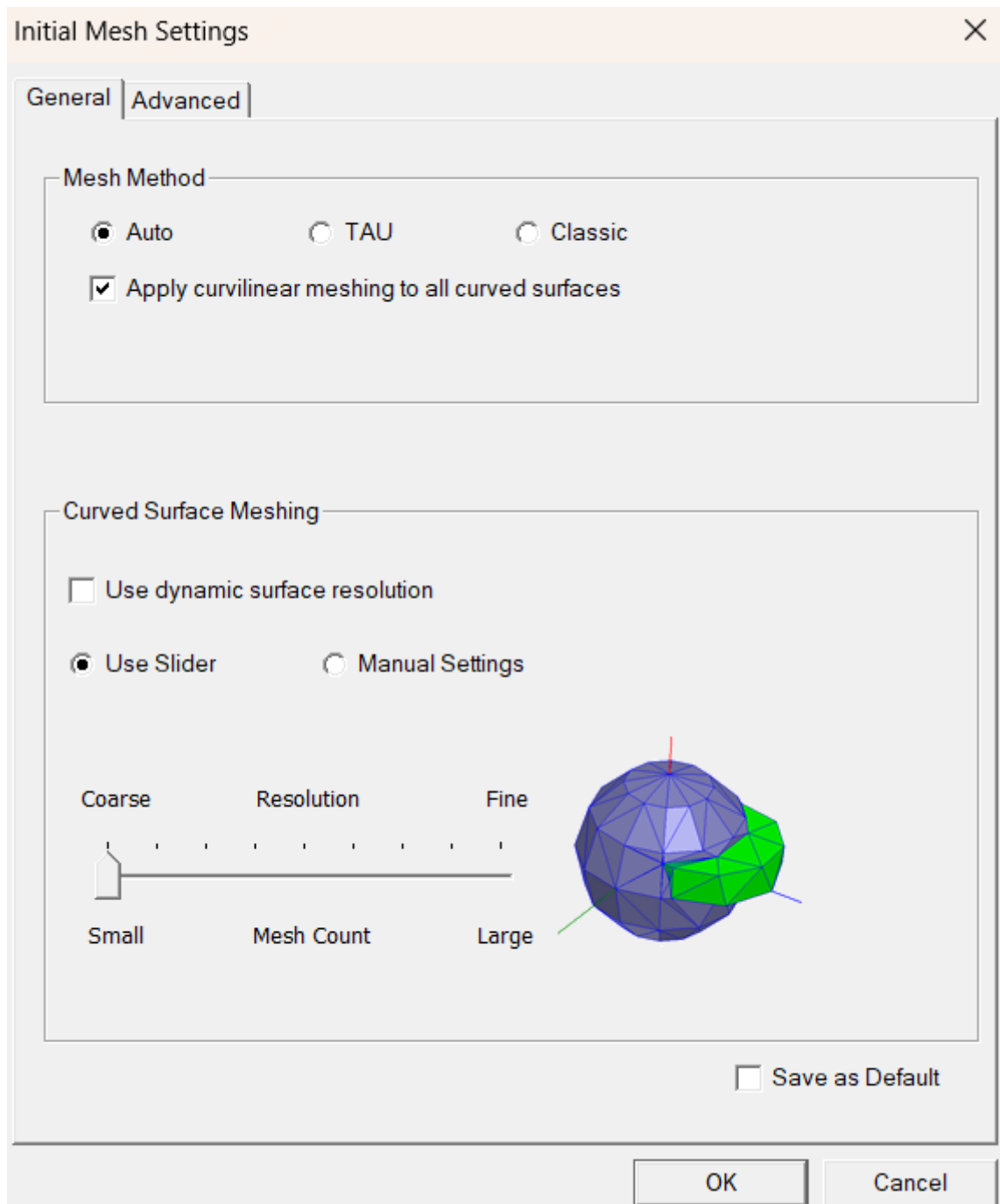
Slika 13 Adaptive setup [2]

Na slici 14 prikazane su opcije za konvergenciju.



Slika 14 Convergence standard [2]

Na slici 15 prikazan je prozor sa podešavanjima mreže (mesh) preko kojega se može podešavati metoda pravljenja mreže, rezolucija i posebne opcije za zaobljene površine.



Slika 15 Mesh settings [2]

9. PRIKAZ I ANALIZA REZULTATA SIMULACIJE

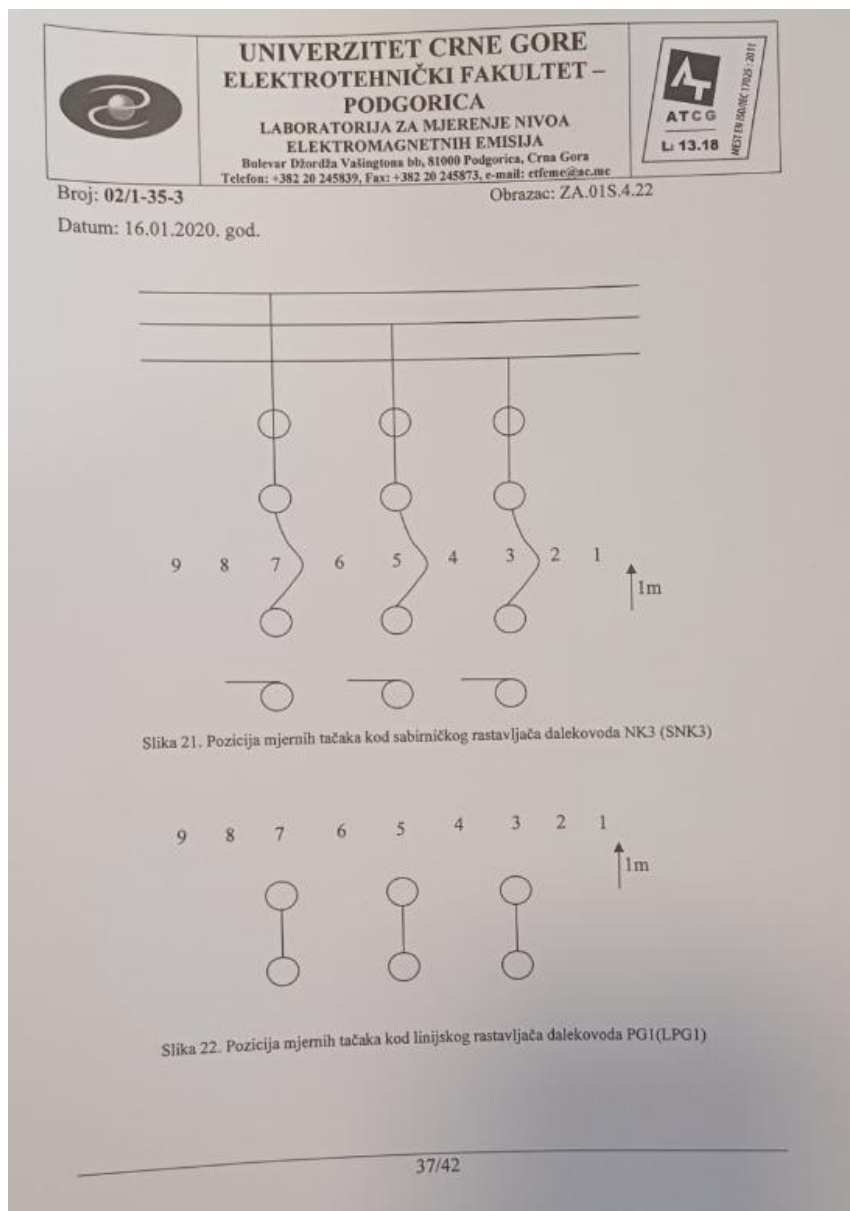
U ovom poglavlju prikazani su rezultati numeričkih simulacija elektromagnetnog polja sprovedenih u softverskom paketu ANSYS Maxwell, na osnovu trodimenzionalnog modela stvarne konfiguracije dalekovodnog polja 110kV HE „Perućica“. Analiza obuhvata elektrostatički i magnetostatički proračun sa ciljem određivanja prostorne raspodjele električnog i magnetnog polja, kao i identifikaciju kritičnih zona povećanog intenziteta polja. Dobijeni rezultati predstavljaju numeričku validaciju metodologije opisane u poglavlju 8, takođe rezultati će biti poređeni sa stvarnim mjerenjima elektromagnetnog polja koje je izvršio Univerzitet Crne Gore – Elektrotehnički fakultet Podgorica [13]. Na slici 16 prikazana je prva strana izvještaja o izvršenom prvom mjerenju nivoa elektromagnetnog polja.

	UNIVERZITET CRNE GORE ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET – PODGORICA LABORATORIJA ZA MJERENJE NIVOVA ELEKTROMAGNETNIH EMISIJA Bulevar Džardža Valingtona bb, 81000 Podgorica, Crna Gora Telefon: +382 20 245839, Fax: +382 20 245873, e-mail: etfeme@ucg.me	 ATCG L 13.18 METR. IZM. SRB. 17045:2011
Broj: 02/I-35-3		Obrazac: ZA.01S.4.22
Datum: 16.01.2020. god.		
IZVJEŠTAJ		
O IZVRŠENIM PRVIM I PERIODIČNIM MJERENJIMA NIVOVA ELEKTROMAGNETNIH POLJA		
Elektroprivreda Crne Gore A.D. Nikšić Hidroelektrana "Perućica" Izvršeno 29.01.2020. god.		
1. Podaci o ovlaštenom stručnom licu koje izvodi mjerenja		
Naziv / Ime i prezime	Univerzitet Crne Gore Elektrotehnički fakultet – Podgorica Laboratorija za mjerenje nivoa elektromagnetnih emisija	
Broj dozvole	UPI-101-1556/1-04-512/7	
2. Podaci o podnosiocu zahtjeva za mjerenje		
Naziv / Ime i prezime	Elektroprivreda Crne Gore a.d., Nikšić	
Djelatnost	Proizvodnja električne energije	
3. Vrsta mjerenja (u kvadratiću označiti vrstu mjerenja)		
<input checked="" type="checkbox"/>	Prvo mjerenje	
<input type="checkbox"/>	Periodično mjerenje po dozvoli (navesti broj i datum)	
4. Podaci o mjernom mjestu		
Naziv lokacije	HE Perućica i pripadajuća razvodna postrojenja	
Opština	Nikšić	
Adresa	HE Perućica, Opština Nikšić	
Geografske koordinate (WGS84) i nadmorska visina terena	U mašinskoj sali HE Perućica izvršeno je mjerenje elektromagnetnih emisija oko svakog generatora i kućnih mašina. U razvodnom postrojenju izvršeno je mjerenje elektromagnetnih emisija ispod rastavljačkih sabirnica, dalekovodnih sabirnica i oko transformatora. Grafički prikaz pozicija mjernih tačaka dat je u Prilogu 1.	
Tip lokacije (u kvadratiću označiti tip lokacije)	<input type="checkbox"/> Područje opšte javne izloženosti <input type="checkbox"/> Područje povećane osjetljivosti <input checked="" type="checkbox"/> Područje profesionalne izloženosti	
Situacioni plan	PRILOG 1	

Slika 16 Izvještaj o izvršenim elektromagnetnim mjerenjima [13]

9.1. Rezultati elektrostatičke analize

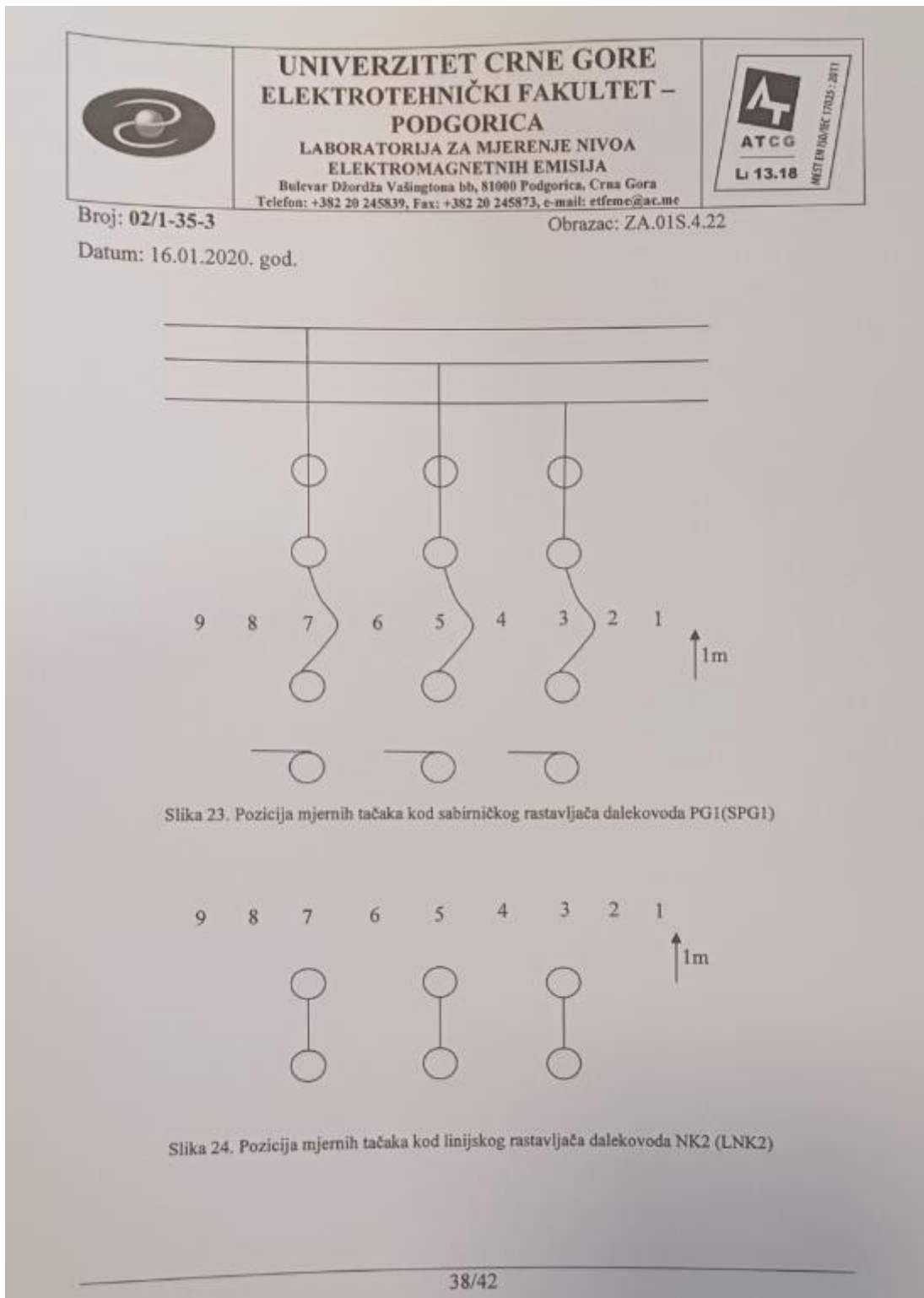
Elektrostatička simulacija izvedena je u režimu stacionarnog električnog polja, pri čemu su fazni provodnici napajani efektivnim naponom od 63.5kV. U okviru ANSYS Maxwell-a, površine faznih sabirnica definisane su kao „Voltage Excitation“ granice, dok su sve uzemljene metalne konstrukcije (ramovi, stubovi, kućišta rastavljača i mjernih transformatora) postavljene na potencijal 0 V. Spoljašnji domen modela predstavljao je vazduh, ograničen „Integrated Zero Tangential H Field“ granicama na udaljenosti dovoljnoj da se eliminiše refleksija polja na ivicama domena. Stvarno mjerenje od strane Elektrotehničkog fakulteta izvedeno je dana 16.01.2020. godine koje je obuhvatilo mašinsku salu i visokonaponsko razvodno postrojenje 110kV i 220kV . Mjerenja su izvedena u 9 pozicija na visinu od 1m kod sabirničkog i linijskog rastavljača dalekovoda PG I [13]. Na slici 17 prikazana je pozicija mjernih tačaka kod linijskog rastavljača dalekovoda PG I 110kV.



Slika 17 Pozicija mjernih tačaka kod linijskog rastavljača PG I [13]

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

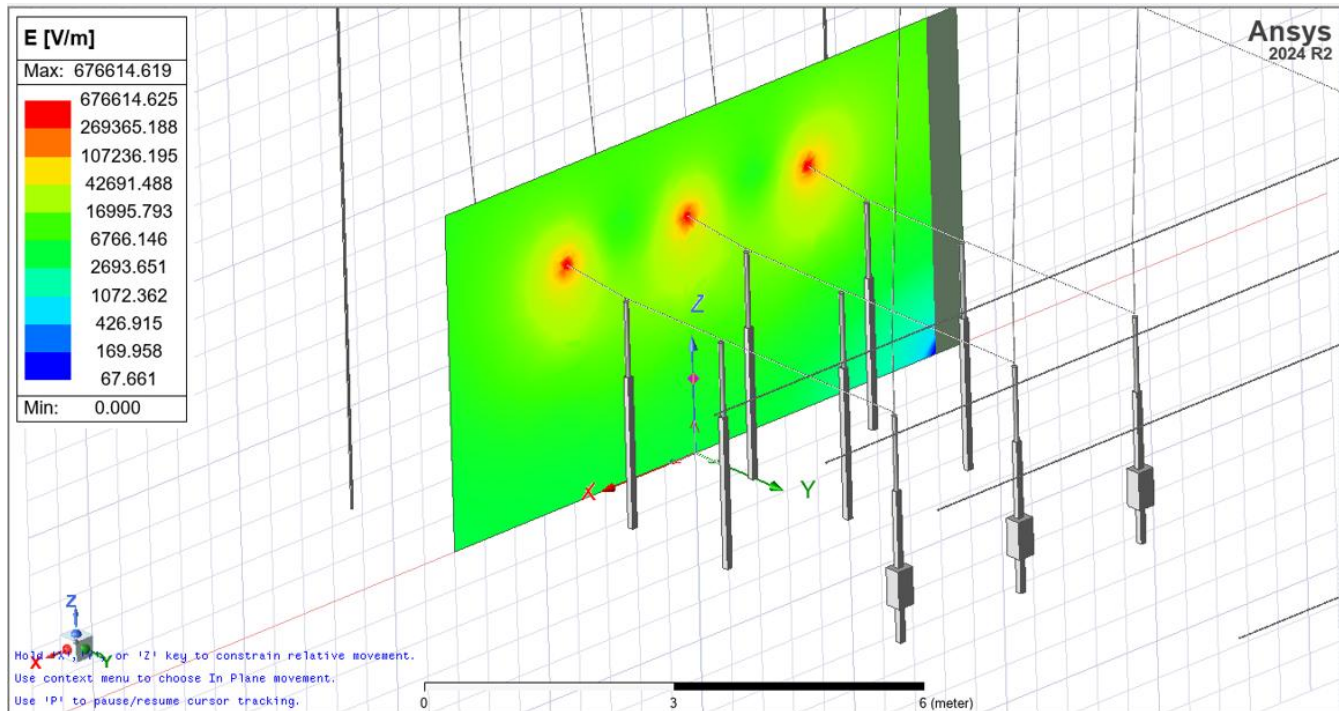
Na slici 18 prikazana je pozicija mjernih tačaka kod sabirničkog rastavljača dalekovoda PG I 110kV.



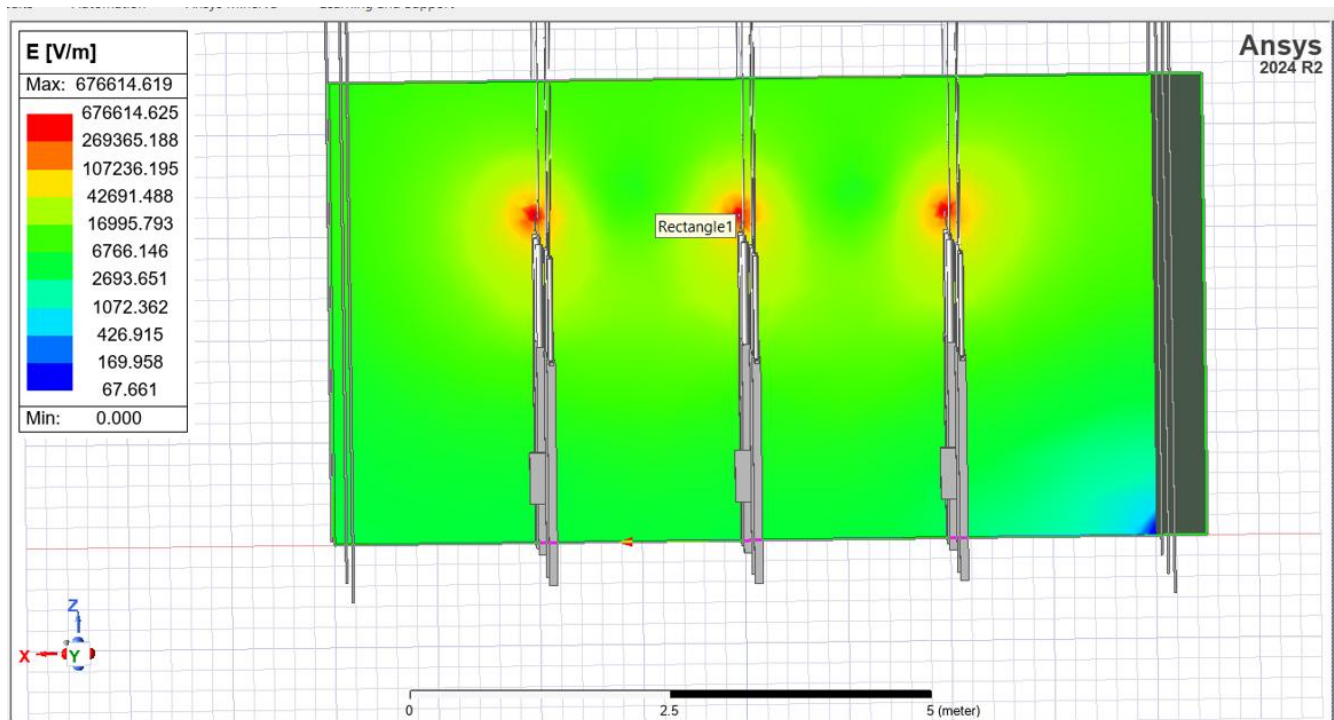
Slika 18 Pozicija mjernih tačaka kod sabirničkog rastavljača PG I [13]

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

Na slikama 19 i 20 prikazane su prostorne raspodjele električnog potencijala u okolini linijskog rastavljača dalekovodnog polja PG I. Prikazana je pozicija mjerenja u prostoru koja odgovara realnoj poziciji sa slike 17, uočava se da su ekvipotencijalne površine gusto raspoređene između faznih vodova i prema uzemljenim elementima, što ukazuje na jake gradijente električnog polja u tim zonama. Najviši potencijali javljaju se na površinama faznih provodnika, dok potencijal naglo opada prema uzemljenim metalnim dijelovima.




Slika 19 Prostorna raspodjela električnog polja kod linijskog rastavljača PG I pozicija 5



Slika 20 Prostorna raspodjela električnog polja kod linijskog rastavljača PG I pozicija 5

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

Sa slike 19 se vidi da je jačina električnog polja na poziciji 5 koja odgovara stvarnoj poziciji mjerenja u rasponu 2693- 6766 V/m što je ispod dozvoljene granice za profesionalno izloženo osoblje prema ICNIRP-u (10 kV/m na 50 Hz). Na slici 21 prikazana je tabela sa vrijednostima električnog polja na poziciju 5 linijskog rastavljača PG I, koje su izmjerene od strane Elektrotehničkog fakulteta [13].

UNIVERZITET CRNE GORE ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET – PODGORICA		LABORATORIJA ZA MJERENJE NIVOA ELEKTROMAGNETNIH EMISIJA		Bulevar Džordža Vašingtona bb, 81000 Podgorica, Crna Gora Telefon: +382 20 245839, Fax: +382 20 245873, e-mail: etfeme@ucg.me		 ATCG LI 13.18 MEST EN ISO/IEC 17025:2011	
Broj: 02/1-35-3		Obrazac: ZA.01S.4.22					
Datum: 16.01.2020. god.							
25-50 Hz	4-SNK3	1880	V/m			15:12:00/ 15:14:00	10000
25-50 Hz	5-SNK3	1520	V/m			15:15:00/ 15:17:00	10000
25-50 Hz	6-SNK3	1470	V/m			15:18:00/ 15:20:00	10000
25-50 Hz	7-SNK3	1810	V/m			15:21:00/ 15:23:00	10000
25-50 Hz	8-SNK3	1790	V/m			15:24:00/ 15:26:00	10000
25-50 Hz	9-SNK3	1610	V/m			15:27:00/ 15:29:00	10000
25-50 Hz	1-LPG1	2440	V/m			15:30:00/ 15:32:00	10000
25-50 Hz	2-LPG1	2800	V/m			15:33:00/ 15:35:00	10000
25-50 Hz	3-LPG1	2350	V/m			15:36:00/ 15:38:00	10000
25-50 Hz	4-LPG1	1680	V/m			15:39:00/ 15:41:00	10000
25-50 Hz	5-LPG1	1670	V/m			15:42:00/ 15:44:00	10000
25-50 Hz	6-LPG1	1630	V/m			15:45:00/ 15:47:00	10000
25-50 Hz	7-LPG1	1770	V/m			15:48:00/ 15:50:00	10000
25-50 Hz	8-LPG1	2270	V/m			15:51:00/ 15:53:00	10000
25-50 Hz	9-LPG1	2310	V/m			15:54:00/ 15:56:00	10000
25-50 Hz	1-SPG1	1480	V/m			15:57:00/ 15:59:00	10000
25-50 Hz	2-SPG1	1780	V/m			16:00:00/ 16:02:00	10000
25-50 Hz	3-SPG1	2040	V/m			16:03:00/ 16:05:00	10000
25-50 Hz	4-SPG1	1650	V/m			16:06:00/ 16:08:00	10000
25-50 Hz	5-SPG1	1310	V/m			16:09:00/ 16:11:00	10000
25-50 Hz	6-SPG1	1240	V/m			16:12:00/ 16:14:00	10000

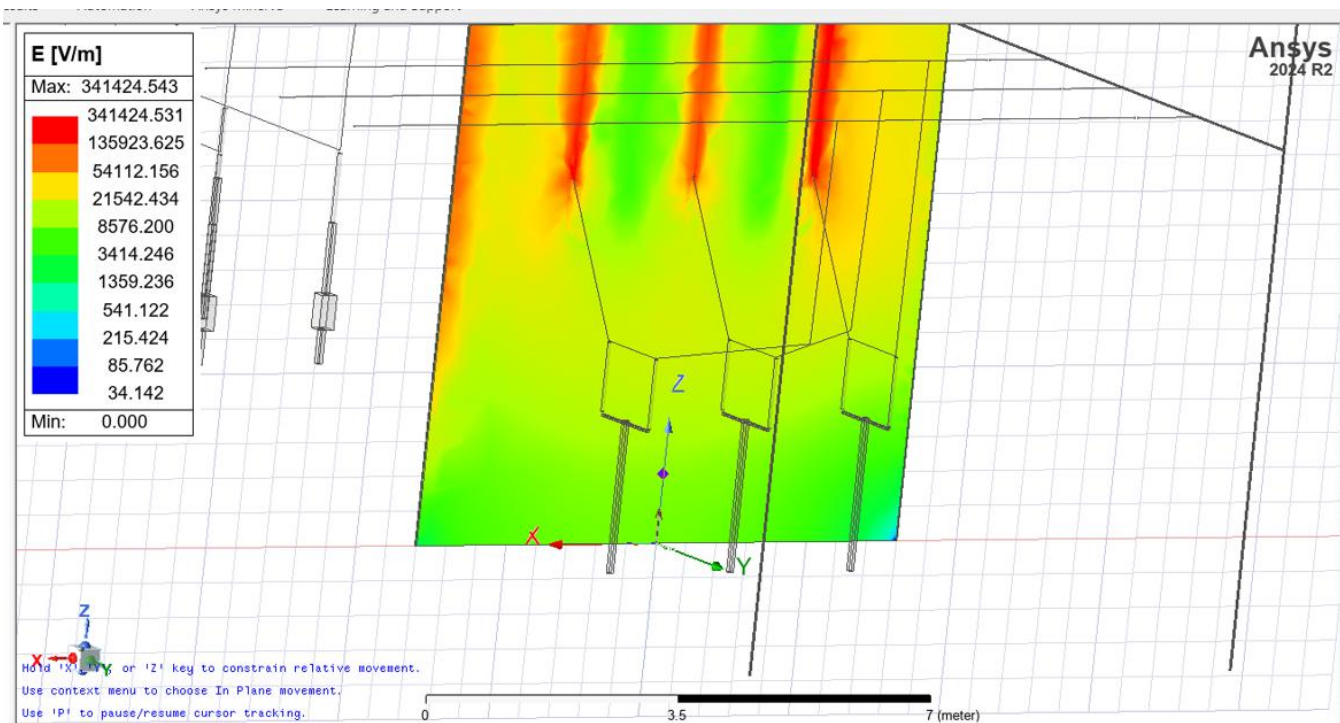
Slika 21 Tabela prikaz izmjerenih vrijednosti električnog polja kod linijskog rastavljača PG I [13]

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

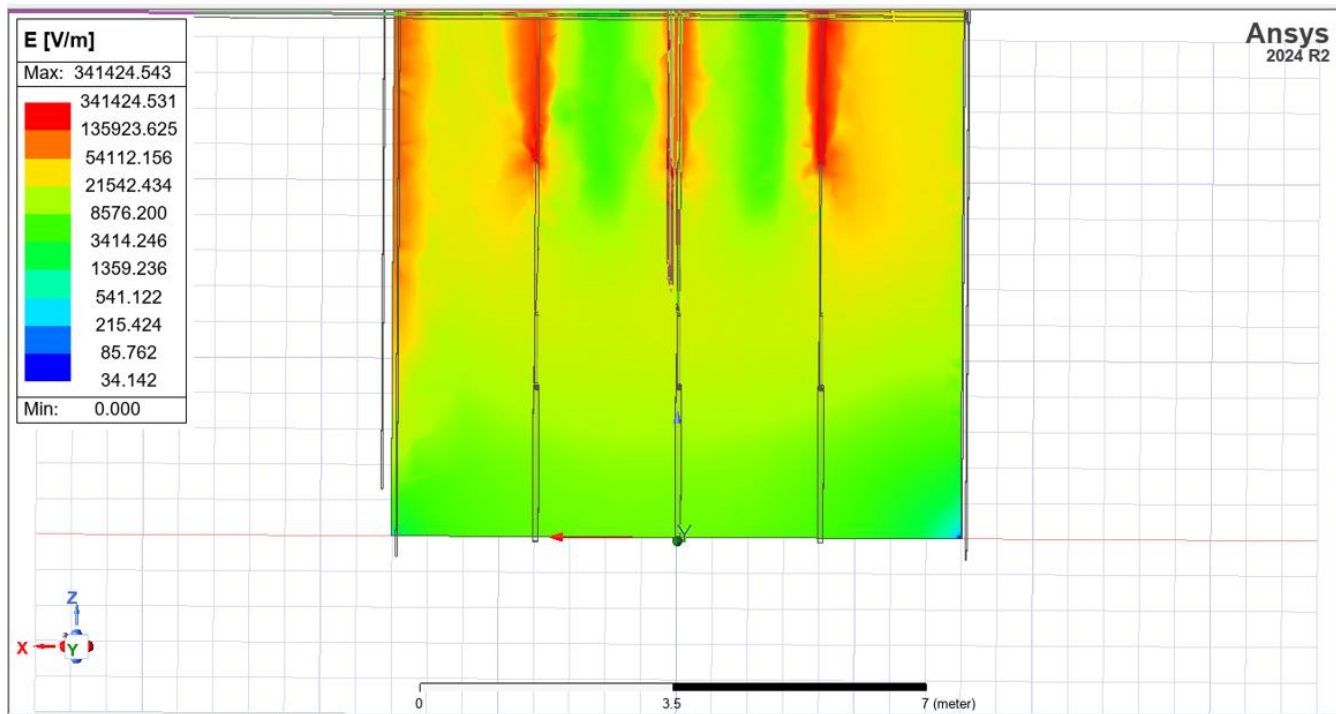
Sa slike 21 se zaključuje da je realno mjerenje 1670 V/m na poziciju 5 kod linijskog rastavljača PG I. Ova vrijednost je isto ispod dozvoljene granice prema ICNIRP-u (10 kV/m na 50 Hz). Poredeći realne i rezultate iz simulacije dobija se odnos:

$$\frac{6766 \frac{V}{m}}{1670 \frac{V}{m}} \approx 4 \quad \frac{2693 \frac{V}{m}}{1670 \frac{V}{m}} \approx 1.6$$

Na slikama 22 i 23 prikazane su prostorne raspodjele električnog potencijala u okolini sabirničkog rastavljača dalekovodnog polja PG I. Prikazana je pozicija mjerenja u prostoru koja odgovara realnoj poziciji sa slike 18.



Slika 22 Prostorna raspodjela električnog polja kod sabirničkog rastavljača PG I pozicija 5




Slika 23 Prostorna raspodjela električnog polja kod sabirničkog rastavljača PG I
pozicija 5

Sa slike 22 zaključuje se da je vrijednost jačine električnog polja na poziciju 5 (visina 1m) sabirničkog rastavljača dalekovodnog polja PG I u rasponu 1359 – 3414 V/m. Prikazana je pozicija mjerenja u prostoru koja odgovara realnoj poziciji sa slike 18. Ovaj raspon je unutar dozvoljenih granica za profesionalno osoblje prema ICNIRP-u (10 kV/m na 50 Hz).

Na slici 24 prikazana je tabela sa vrijednostima električnog polja na poziciju 5 sabirničkog rastavljača PG I, koje su izmjerene od strane Elektrotehničkog fakulteta.

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

UNIVERZITET CRNE GORE ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET – PODGORICA		LABORATORIJA ZA MJERENJE NIVOVA ELEKTROMAGNETNIH EMISIJA		 ATCG LI 13.18 MESTO PISANJE: 2017		
Broj: 02/1-35-3		Obrazac: ZA.01S.4.22				
Datum: 16.01.2020. god.						
25-50 Hz	4-SNK3	1880	V/m		15:12:00/ 15:14:00	10000
25-50 Hz	5-SNK3	1520	V/m		15:15:00/ 15:17:00	10000
25-50 Hz	6-SNK3	1470	V/m		15:18:00/ 15:20:00	10000
25-50 Hz	7-SNK3	1810	V/m		15:21:00/ 15:23:00	10000
25-50 Hz	8-SNK3	1790	V/m		15:24:00/ 15:26:00	10000
25-50 Hz	9-SNK3	1610	V/m		15:27:00/ 15:29:00	10000
25-50 Hz	1-LPG1	2440	V/m		15:30:00/ 15:32:00	10000
25-50 Hz	2-LPG1	2800	V/m		15:33:00/ 15:35:00	10000
25-50 Hz	3-LPG1	2350	V/m		15:36:00/ 15:38:00	10000
25-50 Hz	4-LPG1	1680	V/m		15:39:00/ 15:41:00	10000
25-50 Hz	5-LPG1	1670	V/m		15:42:00/ 15:44:00	10000
25-50 Hz	6-LPG1	1630	V/m		15:45:00/ 15:47:00	10000
25-50 Hz	7-LPG1	1770	V/m		15:48:00/ 15:50:00	10000
25-50 Hz	8-LPG1	2270	V/m		15:51:00/ 15:53:00	10000
25-50 Hz	9-LPG1	2310	V/m		15:54:00/ 15:56:00	10000
25-50 Hz	1-SPG1	1480	V/m		15:57:00/ 15:59:00	10000
25-50 Hz	2-SPG1	1780	V/m		16:00:00/ 16:02:00	10000
25-50 Hz	3-SPG1	2040	V/m		16:03:00/ 16:05:00	10000
25-50 Hz	4-SPG1	1650	V/m		16:06:00/ 16:08:00	10000
25-50 Hz	5-SPG1	1310	V/m		16:09:00/ 16:11:00	10000
25-50 Hz	6-SPG1	1240	V/m		16:12:00/ 16:14:00	10000

21/42

Slika 24 Tabelarni prikaz izmjerenih vrijednosti električnog polja kod sabirničkog rastavljača PG I [13]

Sa slike 24 se zaključuje da je realno mjerenje 1310 V/m na poziciju 5 kod linijskog rastavljača PG I. Ova vrijednost je isto ispod dozvoljene granice prema ICNIRP-u (10 kV/m na 50 Hz). Poredeći realne i rezultate iz simulacije dobija se odnos:

$$\frac{3414 \frac{V}{m}}{1310 \frac{V}{m}} \approx 2.6 \quad \frac{1359 \frac{V}{m}}{1310 \frac{V}{m}} \approx 1.03$$

Upoređivanjem rezultata elektrostatičke simulacije sa realnim mjerenjima električnog polja, koje je izveo Elektrotehnički fakultet, uočeno je da su numerički dobijene vrijednosti na poziciju 5 približno 1,6 do 4 puta veće od izmjerenih kod linijskog rastavljača dok su kod sabirničkog rastavljača približno 1.03 do 2.6 puta veće. Ovakvo odstupanje je očekivano i može se objasniti kombinacijom više faktora koji su tipični za numeričko modelovanje visokonaponskih postrojenja.

Prvo, u simulaciji se pretpostavlja idealan, nominalni radni napon sistema (110 kV linijski, odnosno 63,5 kV fazni) i savršeno simetričan trofazni sistem sa faznim pomakom od 120° . U trenutku realnog mjerenja, stvarni napon na sabirnicama najčešće odstupa od nazivnog (regulacija transformatora, padovi napona, nesimetrična opterećenja), pa je efektivni napon u praksi niži za više procenata. Kako je jačina električnog polja približno proporcionalna naponu, čak i umanjenje napona od nekoliko procenata dovodi do osjetno manjih izmjerenih vrijednosti u odnosu na simulaciju [50], [51], [4].

Drugo, FEM model predstavlja idealizovanu geometriju postrojenja. Sabirnice, rastavljači i izolatori modelovani su kao glatki, pravilni provodnici i dielektrici, sa jasno definisanim poluprečnicima i rastojanjima. U realnom postrojenju prisutni su brojni detalji koji smanjuju lokalni gradijent električnog polja: zaobljenja ivica, prelazni elementi, stezaljke, vijci, korona-prstenovi, neidealna poravnatost faznih vodova itd. Ti elementi u stvarnosti narušavaju raspodjelu potencijala i dovode do manjih vršnih vrijednosti električnog polja nego što ih daje idealizovani model [52], [32], [35].

Treće, u simulaciji je okolina modelirana kao homogeni vazdušni domen, ograničen vještačkom granicom na određenom rastojanju. U realnom prostoru postoje objekti koji utiču na raspodjelu električnog polja: metalne konstrukcije u blizini, armirani beton, ograde, kablovski kanali i okolne zgrade. Ti elementi djeluju kao dodatne ekvipotencijalne površine i dodatno ekranišu i deformišu polje, pa je izmjereno polje na otvorenom najčešće niže od vrijednosti koje se dobijaju u „čistom“ numeričkom vazdušnom domenu [10], [5], [7].

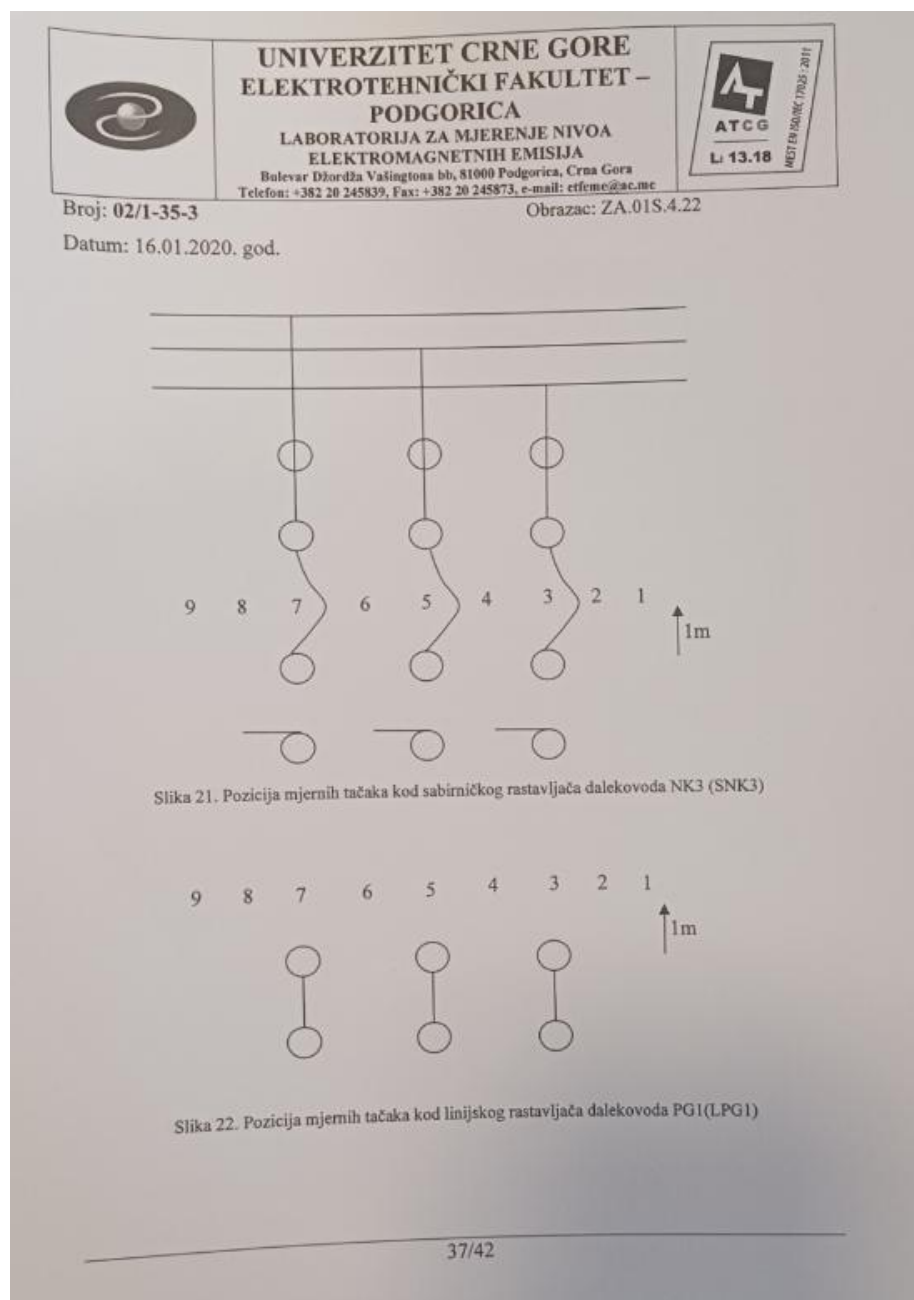
Četvrto, uslovi okoline tokom mjerenja (temperatura, vlažnost, zagađenje izolatora, prisustvo kiše ili magle) utiču na raspodjelu površinskih naelektrisanja i na efektivnu permitivnost vazduha. U pojedinim slučajevima to dovodi do redistribucije polja i smanjenja lokalnih maksimuma, dok u simulaciji vladaju idealni uslovi (suv vazduh, homogena permitivnost, čisti izolatori) [37], [53].

Peto, korišćeni granični uslovi u ANSYS Maxwell modelu (ograničen vazdušni region sa zadatim graničnim uslovom) takođe doprinose odstupanju. Pošto je „kutija“ vazduha konačnih dimenzija, linije električnog polja su djelimično „prisiljene“ da se zatvore unutar tog domena, što može dovesti do blagog povećanja lokalnih vrijednosti električnog polja u odnosu na realnu, praktično beskonačnu okolinu [2], [17], [43].

Zbog svega navedenog, dobijene simulirane vrijednosti električnog polja treba posmatrati kao konzervativnu procjenu – model svjesno daje nešto veće vrijednosti u odnosu na realnost, što je u elektroenergetici poželjno sa stanovišta bezbjednosti. Uprkos kvantitativnom odstupanju, kvalitativna raspodjela polja i položaj zona najvećeg intenziteta u dobroj su saglasnosti sa mjerenjima, što potvrđuje da je razvijeni 3D numerički model validan za analizu izloženosti i za inženjerske preporuke [3].

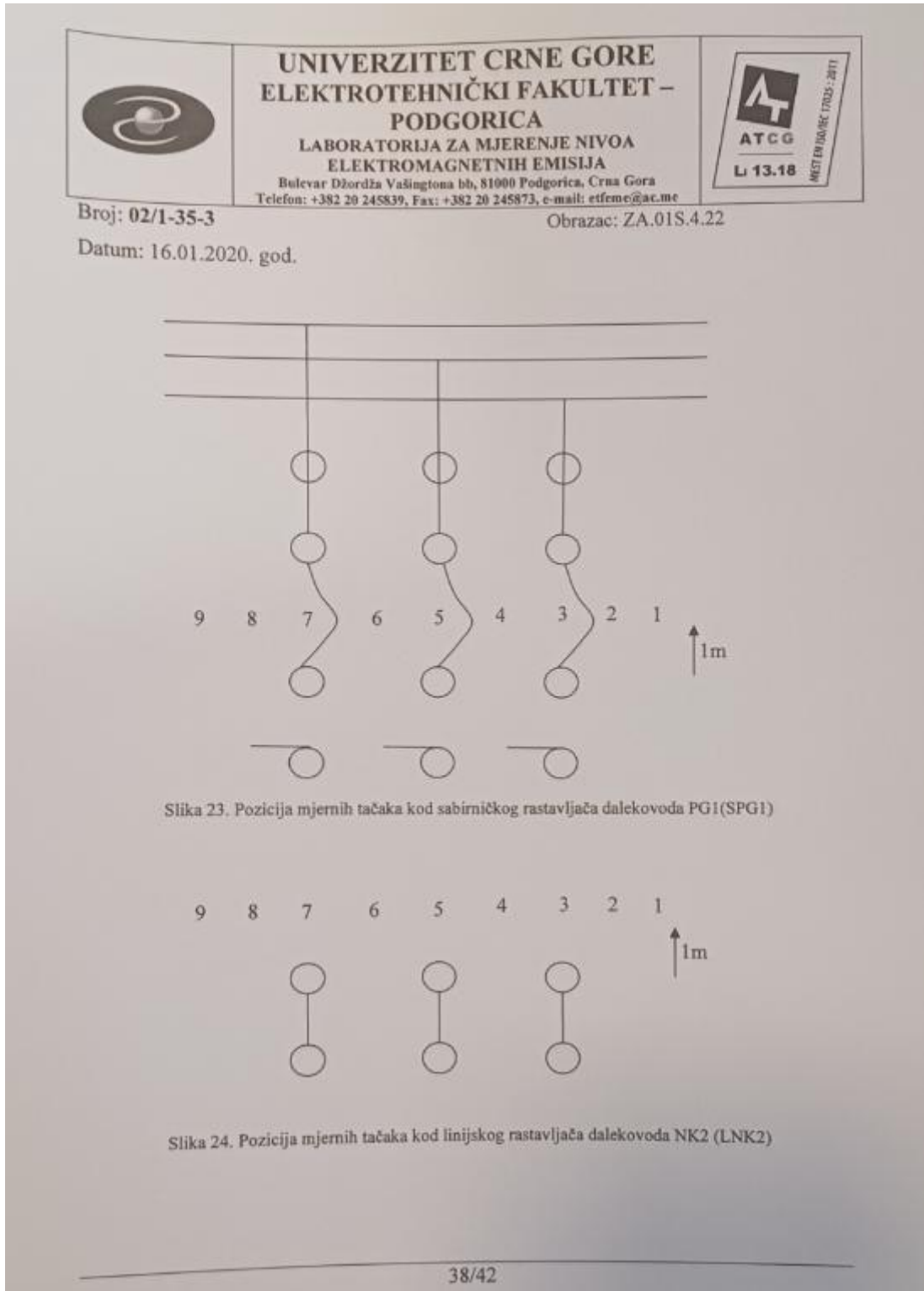
9.2. Rezultati magnetostatičke analize

Magnetostatička analiza izvršena je u stacionarnom režimu, pri čemu se pretpostavlja da kroz fazne provodnike protiču stalne vrijednosti struja koje odgovaraju realnim opterećenjima u trenutku mjerenja. Kao što je prikazano u poglavlju 8.3, efektivna struja u dalekovodnom vodu Podgorica I iznosila je 346 A, a iste vrijednosti unesene su u ANSYS Maxwell model kao „Current Excitation“ za sve fazne provodnike, uz odgovarajuće orijentacije vektora struje. Realna mjerenja su magnetnog polja izvedena su u 9 pozicija (visina 1m) isto kao kod električnog. Pozicija koja će se analizirati biće isto pozicija 5 kod sabirničkog i linijskog rastavljača. Na slici 25 prikazane su pozicije mjerenja magnetnog polja kod linijskog rastavljača dalekovoda PG I [13].



Slika 25 Pozicija mjernih tačaka kod linijskog rastavljača PG I [13]

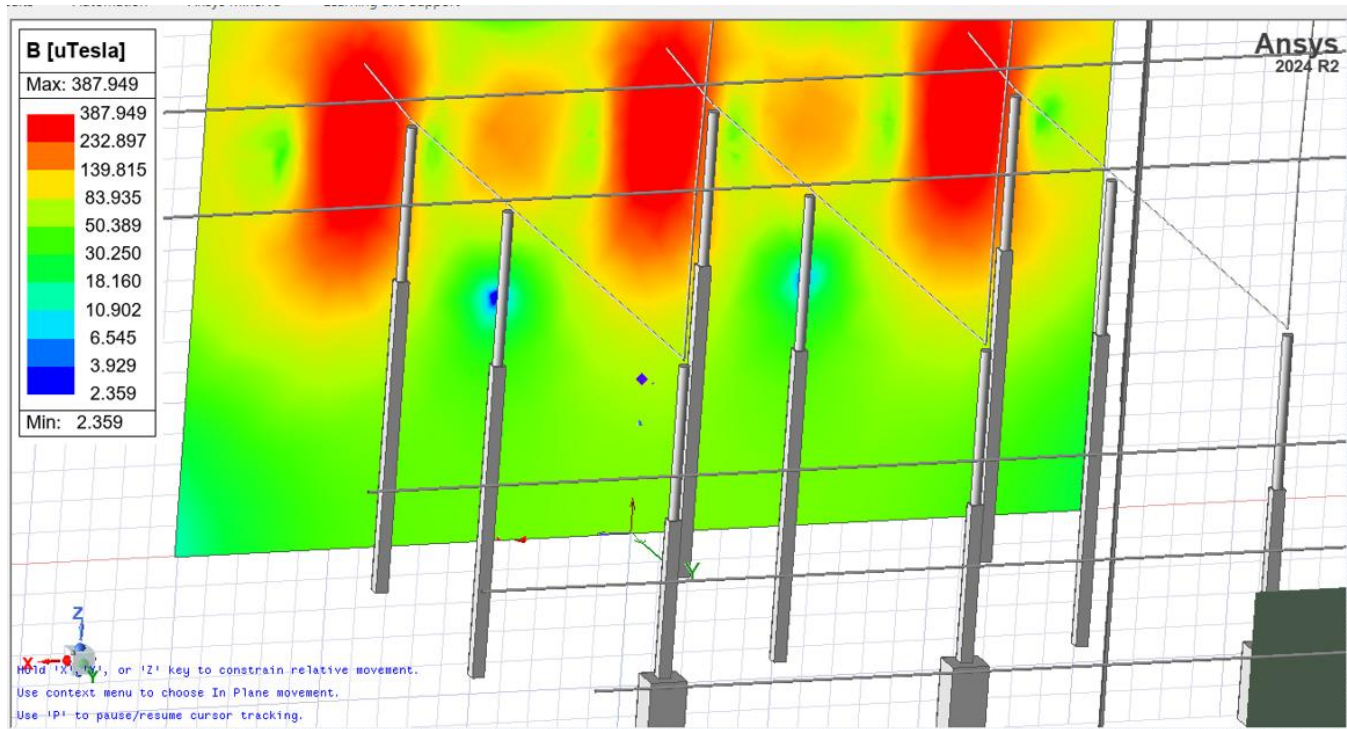
Na slici 26 prikazana je pozicija mjernih tačaka kod sabirničkog rastavljača dalekovoda PG I.



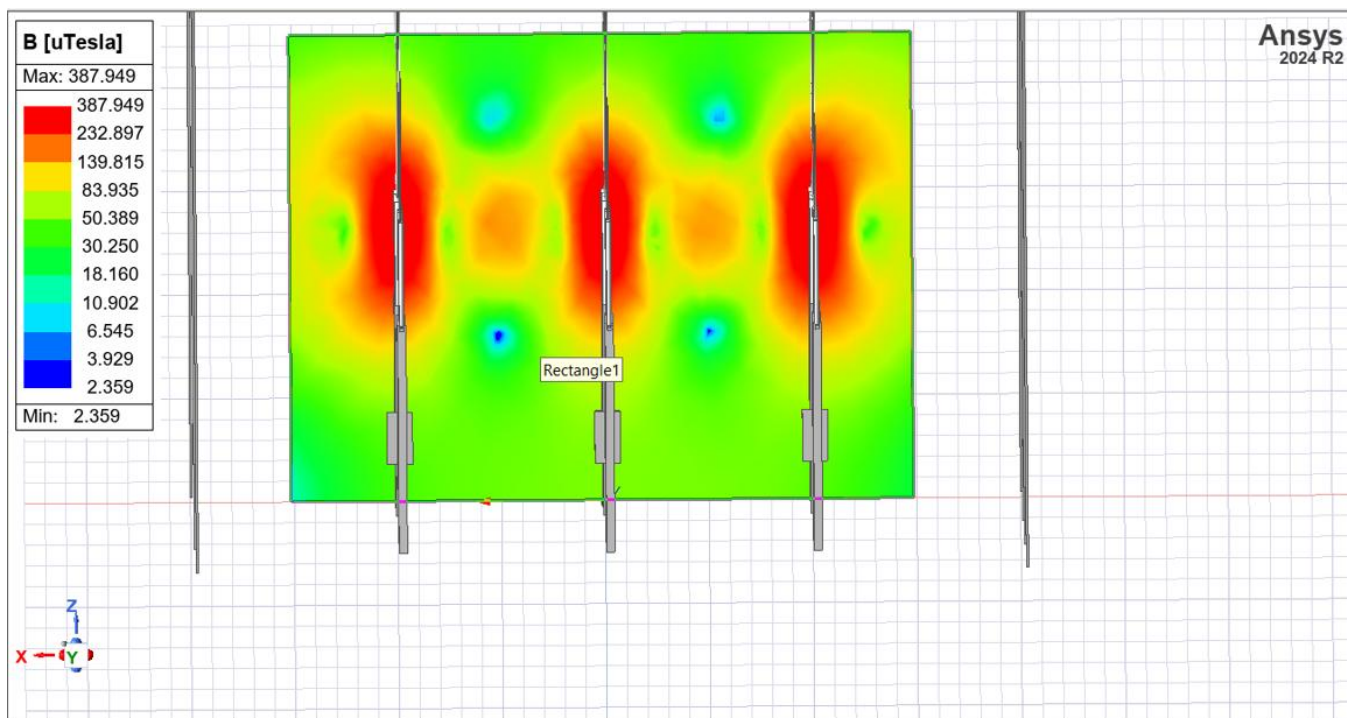
Slika 26 Pozicija mjernih tačaka kod sabirničkog rastavljača PG I [13]

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

Na slikama 27 i 28 prikazana je prostorna raspodjela magnetnog polja oko faznih provodnika i rastavljača na poziciju 5 (visina 1m) kod linijskog rastavljača dalekovoda PG I, ova pozicija odgovara onoj sa slike 25. Očekivano, najveće vrijednosti javljaju se u neposrednoj blizini provodnika kroz koje protiče struja, dok se polje smanjuje približno obrnuto proporcionalno udaljenosti od ose provodnika (pravilo $B \propto 1/r$), što je u skladu sa Biot–Savart-ovim zakonom.




Slika 27 Prostorna raspodjela magnetnog polja kod linijskog rastavljača dalekovoda PG I



Slika 28 Prostorna raspodjela magnetnog polja kod linijskog rastavljača dalekovoda PG I

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

Najviše vrijednosti magnetnog polja koncentrisane su između faza A–B i B–C, gdje je međusobno dejstvo provodnika najveće. Udaljene metalne strukture (stubovi, ramovi opreme) stvaraju djelimične povratne puteve magnetnog toka, ali njihov uticaj je ograničen jer je permeabilnost konstrukcionog čelika znatno manja od permeabilnosti feromagnetnih jezgara transformatora. Sa slike 27 uočava se da se amplituda magnetnog polja nalazi u rasponu od 50 - 83 μ T. Ove vrijednosti su ispod dozvoljene granice za profesionalno osoblje prema ICNIRP (500 μ T na 50 Hz). Na slici 29 prikazana je tabela izmjerenih vrijednosti magnetnog polja na poziciju 5 (visina 1m) kod linijskog rastavljača dalekovoda PG I, izvedena od strane Elektrotehničkog fakulteta.

UNIVERZITET CRNE GORE ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET – PODGORICA		LABORATORIJA ZA MJERENJE NIVOVA ELEKTROMAGNETNIH EMISIJA		Bulevar Džordža Vašingtona bb, 81000 Podgorica, Crna Gora Telefon: +382 20 245839, Fax: +382 20 245873, e-mail: etfeme@ac.me		 ATCG L 13.18 <small>MEŠTARSKA UČIONA 2011</small>	
Broj: 02/1-35-3				Obrazac: ZA.01S.4.22			
Datum: 16.01.2020. god.							
25-50 Hz	3-SNK3	2430	nT			15:09:00/ 15:11:00	1000000
25-50 Hz	4-SNK3	2200	nT			15:12:00/ 15:14:00	1000000
25-50 Hz	5-SNK3	2010	nT			15:15:00/ 15:17:00	1000000
25-50 Hz	6-SNK3	1860	nT			15:18:00/ 15:20:00	1000000
25-50 Hz	7-SNK3	1780	nT			15:21:00/ 15:23:00	1000000
25-50 Hz	8-SNK3	1920	nT			15:24:00/ 15:26:00	1000000
25-50 Hz	9-SNK3	2080	nT			15:27:00/ 15:29:00	1000000
25-50 Hz	1-LPG1	34600	nT			15:30:00/ 15:32:00	1000000
25-50 Hz	2-LPG1	46700	nT			15:33:00/ 15:35:00	1000000
25-50 Hz	3-LPG1	40100	nT			15:36:00/ 15:38:00	1000000
25-50 Hz	4-LPG1	28300	nT			15:39:00/ 15:41:00	1000000
25-50 Hz	5-LPG1	37400	nT			15:42:00/ 15:44:00	1000000
25-50 Hz	6-LPG1	30800	nT			15:45:00/ 15:47:00	1000000
25-50 Hz	7-LPG1	30200	nT			15:48:00/ 15:50:00	1000000
25-50 Hz	8-LPG1	38100	nT			15:51:00/ 15:53:00	1000000
25-50 Hz	9-LPG1	32500	nT			15:54:00/ 15:56:00	1000000
25-50 Hz	1-SPG1	6070	nT			15:57:00/ 15:59:00	1000000
25-50 Hz	2-SPG1	6920	nT			16:00:00/ 16:02:00	1000000
25-50 Hz	3-SPG1	7370	nT			16:03:00/ 16:05:00	1000000
25-50 Hz	4-SPG1	8040	nT			16:06:00/ 16:08:00	1000000
25-50 Hz	5-SPG1	8840	nT			16:09:00/ 16:11:00	1000000

10/42

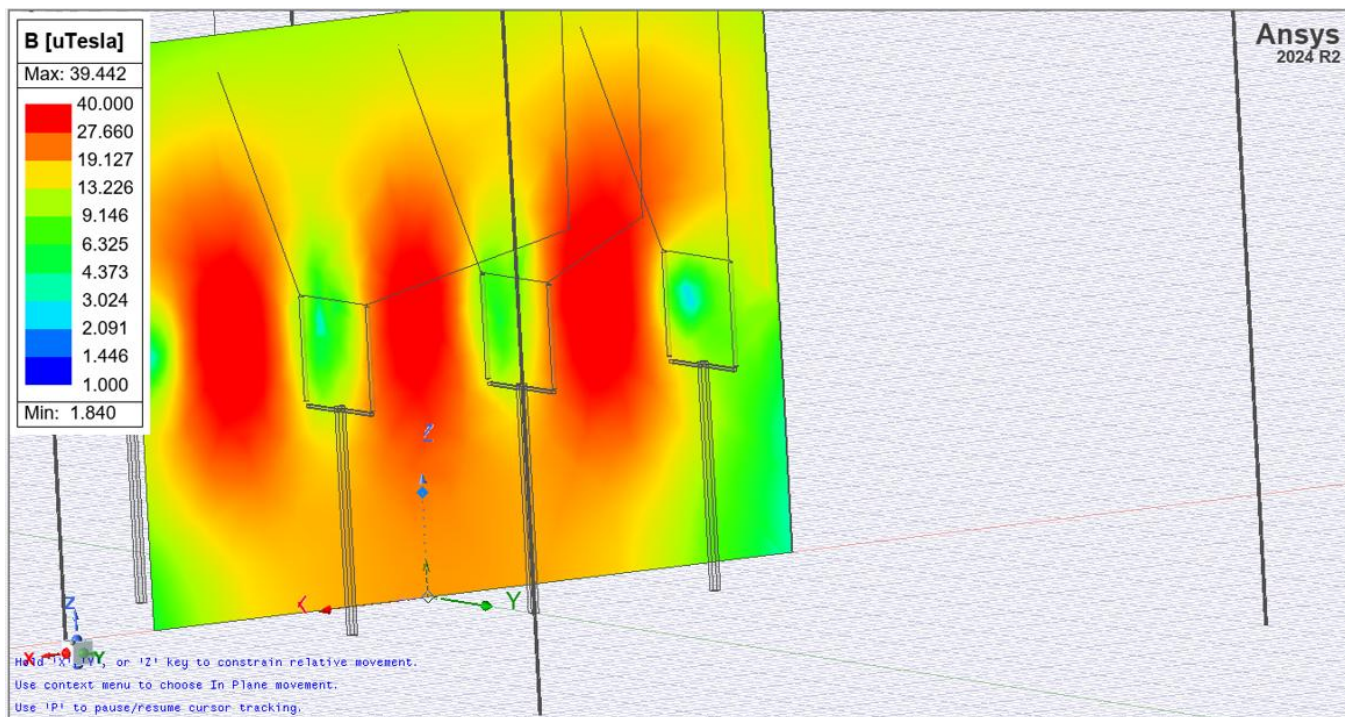
Slika 29 Tabela prikaz izmjerenih vrijednosti magnetnog polja kod linijskog rastavljača PG I [13]

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

Sa slike 29 zaključuje se da realno mjerenje magnetnog polja na poziciju 5 (visina 1m) kod linijskog rastavljača dalekovoda PG I iznosi 37400 nT. Ova vrijednost iznosi 37.4 μT i ispod je dozvoljene granice za profesionalno osoblje prema ICNIRP (500 μT na 50 Hz). Poredeći realne i rezultate iz simulacije dobijamo odnos:

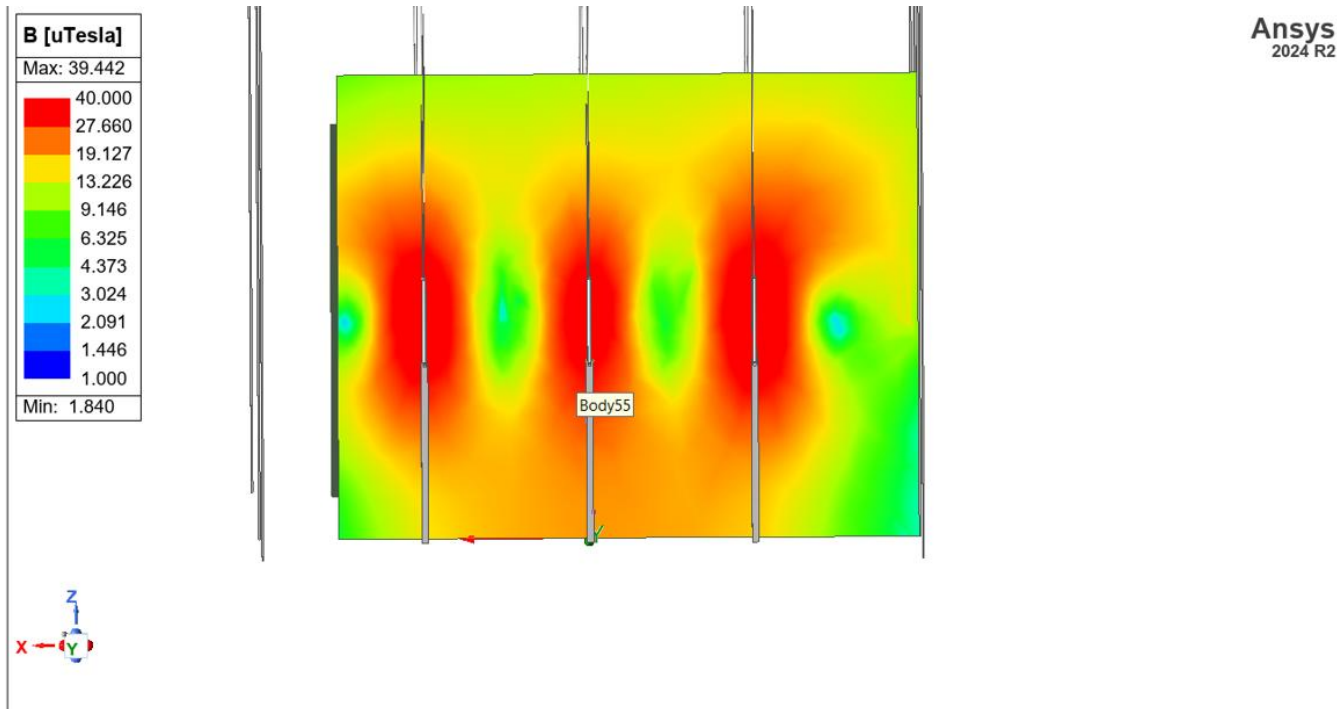
$$\frac{50 \mu\text{T}}{37.4 \mu\text{T}} \approx 1.3 \qquad \frac{83 \mu\text{T}}{37.4 \mu\text{T}} \approx 2.2$$

Na slikama 30 i 31 prikazana je prostorna raspodjela magnetnog polja na poziciju 5 (visina 1m) kod faznih provodnika i sabirničkog rastavljača dalekovoda PG I. Ova pozicija odgovara onoj sa slike 26.



Slika 30 Prostorna raspodjela magnetnog polja kod sabirničkog rastavljača dalekovoda PG I

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA




Slika 31 Prostorna raspodjela magnetnog polja kod sabirničkog rastavljača dalekovoda PG I

Sa slike 30 se vidi da je amplituda magnetnog polja u rasponu od 19.1 – 27.6 μT na poziciju 5 (visina 1m). Ova vrijednost je ispod dozvoljene granice za profesionalno osoblje prema ICNIRP (500 μT na 50 Hz).

Na slici 32 prikazana je tabela izmjerenih vrijednosti magnetnog polja na poziciju 5 (visina 1m) kod sabirničkog rastavljača dalekovoda PG I, izvedena od strane Elektrotehničkog fakulteta.

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

UNIVERZITET CRNE GORE ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET – PODGORICA		LABORATORIJA ZA MJERENJE NIVOA ELEKTROMAGNETNIH EMISIJA		Bulevar Džordža Vasiljina bb, 81000 Podgorica, Crna Gora Telefon: +382 20 245839, Fax: +382 20 245873, e-mail: etfeme@ucg.me		 MJEŠTENIŠKI LIST 2011 LI 13.18	
Broj: 02/1-35-3				Obrazac: ZA.01S.4.22			
Datum: 16.01.2020. god.							
25-50 Hz	3-SNK3	2430	nT			15:09:00/ 15:11:00	1000000
25-50 Hz	4-SNK3	2200	nT			15:12:00/ 15:14:00	1000000
25-50 Hz	5-SNK3	2010	nT			15:15:00/ 15:17:00	1000000
25-50 Hz	6-SNK3	1860	nT			15:18:00/ 15:20:00	1000000
25-50 Hz	7-SNK3	1780	nT			15:21:00/ 15:23:00	1000000
25-50 Hz	8-SNK3	1920	nT			15:24:00/ 15:26:00	1000000
25-50 Hz	9-SNK3	2080	nT			15:27:00/ 15:29:00	1000000
25-50 Hz	1-LPG1	34600	nT			15:30:00/ 15:32:00	1000000
25-50 Hz	2-LPG1	46700	nT			15:33:00/ 15:35:00	1000000
25-50 Hz	3-LPG1	40100	nT			15:36:00/ 15:38:00	1000000
25-50 Hz	4-LPG1	28300	nT			15:39:00/ 15:41:00	1000000
25-50 Hz	5-LPG1	37400	nT			15:42:00/ 15:44:00	1000000
25-50 Hz	6-LPG1	30800	nT			15:45:00/ 15:47:00	1000000
25-50 Hz	7-LPG1	30200	nT			15:48:00/ 15:50:00	1000000
25-50 Hz	8-LPG1	38100	nT			15:51:00/ 15:53:00	1000000
25-50 Hz	9-LPG1	32500	nT			15:54:00/ 15:56:00	1000000
25-50 Hz	1-SPG1	6070	nT			15:57:00/ 15:59:00	1000000
25-50 Hz	2-SPG1	6920	nT			16:00:00/ 16:02:00	1000000
25-50 Hz	3-SPG1	7370	nT			16:03:00/ 16:05:00	1000000
25-50 Hz	4-SPG1	8040	nT			16:06:00/ 16:08:00	1000000
25-50 Hz	5-SPG1	8840	nT			16:09:00/ 16:11:00	1000000

10/42

Slika 32 Tabelarni prikaz izmjerenih vrijednosti magnetnog polja kod sabirničkog rastavljača PG I [13]

Sa slike 32 uočava se da amplituda magnetnog polja na poziciju 5 (visina 1m) kod sabirničkog rastavljača, izmjerena od strane Elektrotehničkog fakulteta, iznosi 8840 nT. Ova vrijednost 8.84 μT je unutar dozvoljenih granica za profesionalno osoblje prema ICNIRP (500 μT na 50 Hz). Poredeći realne i rezultate iz simulacije dobijamo odnos:

$$\frac{19.1 \mu\text{T}}{8.84 \mu\text{T}} \approx 2.1 \qquad \frac{27.6 \mu\text{T}}{8.84 \mu\text{T}} \approx 3.1$$

Posmatrajući odnose realnih i rezultata iz simulacije zaključuje se da su simulirani rezultati na poziciju 5 veći i do 3 puta, ovo je bio slučaj i kod elektrostatičke analize. Ovakvo odstupanje je uobičajeno za FEM modele visokonaponskih postrojenja i u skladu je sa nalazima ranijih pomenutih radova [3], [8], [9], [10]. Odstupanje se objašnjava sljedećim faktorima:

Prvo, u simulaciji se pretpostavlja da kroz fazne provodnike protiče stalna, savršeno sinusoidalna i potpuno simetrična struja od 346 A. U stvarnosti imamo da opterećenje mreže kontinualno varira, struje faza nijesu identične (nesimetrija opterećenja), prisutni su padovi napona i regulacija transformatora, mjerenje je zavisilo od trenutnog radnog režima. Čak i razlika od 10% u realnoj struji dovodi do proporcionalno nižeg magnetnog polja [50], [54], [22].

Drugo, idealizovana geometrija vodi ka većem magnetnom polju i simulacioni model koristi savršeno ravne i paralelne provodnike, tačne međufazne razmake, idealno centrirane rastavljače i kontakte. U realnosti provodnici se blago uvijaju, postoji mehanička tolerancija od nekoliko centimetara, kontakti i spojne čašice mijenjaju orijentaciju provodnika, faze nijesu u savršenoj simetriji [8], [9], [17].

Treće, metalne konstrukcije u realnom postrojenju umanjuju magnetno polje. U simulaciji nijesu modelovana armatura u betonskim temeljima, ograda i metalne ploče, kablovski mostovi. Ovi elementi imaju realtivnu permeabilnost veću od 1 i djeluju kao putanje manjeg magnetnog otpora, pa dio magnetnog toka ulazi u metalne strukture umjesto u vazduh. Ovaj efekat potvrđuju [5], [10].

Četvrto, zanemarivanje vrtložnih struja (Eddy currents). U stvarnim metalnim konstrukcijama indukuju se vrtložne struje koje stvaraju lokalno suprotno magnetno polje i time smanjuju ukupnu vrijednost indukcije u okolnom prostoru. Ovaj efekat ne postoji u simulatoru, ako konstrukcioni čelik nije modelovan kao provodnik sa realnom električnom provodnošću [43], [18], [55].

Peto, u simulaciji se koristi vazdušni region ograničen fizičkom granicom. Čak i kada se koristi „Zero Tangential H Field“, granice su ipak dosta bliže opremi nego u realnosti, gdje je prostor praktično beskonačan. Ovo dovodi do sabijanja linija magnetnog toka i blagog povećanja vrijednosti u čitavom domenu. ANSYS Maxwell dokumentacija navodi da nepotpuno veliki domen može povećati B-polje i do 15–30% [2], [43].

Svi relevantni radovi u literaturi navode istu pojavu i ovo odstupanje smatra se normalnim i poželjnim, jer daje bezbjednu, „najgoru moguću“ procjenu. FEM simulacije u 110–400 kV postrojenjima daju 1,5 do 4 puta veće vrijednosti polja nego mjerenja. Ovo potvrđuju [3], [8], [9], [10].

9.3. Smjernice i preporuke za minimizaciju elektromagnetnog polja

Rezultati elektrostatičke i magnetostatičke analize sprovedene u ovom radu pokazuju da u 110 kV dalekovodnom polju HE „Perućica“ ne postoje kritične zone elektromagnetnog polja u zoni u kojoj se kreće operatersko osoblje (na visini od oko 1 m iznad tla). Sve izmjerene i simulirane vrijednosti električnog i magnetnog polja nalaze se značajno ispod granica propisanih ICNIRP (2010), IEEE C95.6 (2002) i Direktive EU 2013/35/EU.

Iako je stanje postrojenja sa stanovišta izloženosti elektromagnetnim poljima potpuno bezbjedno, preporučljivo je razmotriti određene smjernice i tehničke mjere koje se uobičajeno primjenjuju u VN postrojenjima u cilju daljeg unapređenja pouzdanosti, dužeg vijeka opreme i smanjenja lokalnih maksimuma polja.

Iako simulacija i mjerenja nijesu identifikovala prekoračenja električnog polja, lokalno povišene vrijednosti se javljaju oko:

- vrhova rastavljača,
- spojeva sabirnica,
- zona male zakrivljenosti metalnih elemenata,
- početnih okova izolatora.

U praksi se za smanjenje vršnih vrijednosti električnog polja koriste sljedeće mjere:

- Zaobljavanje oštih ivica elektroda i provodnika - oštre ivice i mali radijusi zakrivljenja dovode do koncentracije linija električnog fluksa i pojave visokih lokalnih gradijenata. Njihovo zaobljavanje smanjuje maksimalno električno polje i rizik od djelimičnih pražnjenja [32], [52].
- Ugradnja korona-prstenova (grading rings) - korona-prstenovi homogenizuju raspodjelu potencijala i smanjuju lokalne vršne vrijednosti i do 40% [35], [53].
- Povećanje radijusa sabirnica i provodnika - veći radijus provodnika smanjuje koncentraciju površinskog naelektrisanja i maksimalno električno polje [25], [26].
- Održavanje adekvatne udaljenosti između faza i metalnih konstrukcija - povećanje međufaznog rastojanja smanjuje se međusobni uticaj faznih elemenata [11], [12].

Magnetno polje u ovom postrojenju takođe ne prelazi granične vrijednosti i nalazi se više puta ispod profesionalnih i javnih limita. Ipak, u nekim geometrijskim konfiguracijama sabirnica i rasklopnih uređaja može doći do lokalnog preklapanja magnetnih tokova.

Za optimizaciju magnetnog polja u realnim postrojenjima mogu se koristiti sljedeće mjere:

- Optimizacija faznog rasporeda - zamjena ABC → ACB ili kompaktniji raspored može smanjiti superpoziciju magnetnih polja [3].
- Korišćenje feromagnetnih ekrana ili štitova - metalni paneli sa visokom permeabilnošću mogu apsorbirati dio magnetnog fluksa i smanjiti magnetno polje [5].
- Povećanje visine provodnika iznad tla - iako je postrojenje u analiziranom slučaju već pravilno postavljeno, veća visina sabirnica smanjuje polje u operatorskoj zoni [9].
- Kontrolisana putanja operatera - Iako su sve izmjerene vrijednosti u bezbjednim granicama, standardi preporučuju da se operateri kreću duž putanja gdje je polje najniže, što je uobičajeno projektno pravilo [11].

10. ZAKLJUČAK

U ovom master radu razmatrana je prostorna raspodjela električnog i magnetnog polja u VN razvodnim postrojenjima na osnovu teorijskog pristupa i primjenom savremenih softverskih rješenja izvedena je sveobuhvatna analiza prostorne raspodjele električnog i magnetnog polja u realnom 110 kV visokonaponskom razvodnom postrojenju HE „Perućica“, korišćenjem trodimenzionalnog numeričkog modela zasnovanog na FEM metodi. Rad je obuhvatio detaljan teorijski pregled elektromagnetnih pojava, graničnih uslova, varijacionih formulacija i FEM pristupa, kao i praktičnu primjenu softvera ANSYS Maxwell i Autodesk Fusion za modelovanje kompleksnih geometrija postrojenja.

Izrada preciznog 3D modela predstavlja ključni doprinos istraživanju, jer omogućava uzimanje u obzir realne konfiguracije sabirnica, rastavljača, izolatora, uzemljenih konstrukcija i ostalih elemenata postrojenja. Time je prevaziđeno ograničenje tipičnog dvodimenzionalnog pristupa, koji ne može dati pouzdanu sliku polja u stvarnim prostornim uslovima. Primjenjena metodologija omogućila je dobijanje prostorne distribucije električnog i magnetnog polja za realne radne uslove, uz definisanje stvarnih napona, struja, materijala i graničnih uslova.

Rezultati elektrostatičke analize pokazali su da najveće vrijednosti električnog polja nastaju lokalno, u blizini vrhova rastavljača i priključnih zona sabirnica, gdje geometrija dovodi do povećavanja gradijenta potencijala. Ipak, sve vrijednosti električnog polja na visini od 1 m — zoni boravka operatorskog osoblja — nalaze se značajno ispod granica propisanih ICNIRP (2010), IEEE C95.6 (2002) i Direktive 2013/35/EU. Dobijene vrijednosti potvrđuju da je elektrostatičko okruženje posmatranog 110 kV polja bezbjedno i da ne postoji rizik od izlaganja iznad dozvoljenih normi.

Magnetostatička analiza pokazala je sličan rezultat: najveće vrijednosti magnetne indukcije javljaju se u neposrednoj blizini faznih provodnika, što je u skladu sa Biot–Savartovim zakonom. Međutim, i u ovom slučaju, vrijednosti magnetnog polja na visini operatera ostaju višestruko ispod profesionalnih i javnih limita. Poređenjem simuliranih rezultata sa mjerenjima Elektrotehničkog fakulteta utvrđeno je da simulacija daje konzervativno veće vrijednosti magnetnog polja, što je potvrđeno i u dostupnoj literaturi. Ovo odstupanje rezultat je idealizacije geometrije, izostavljanja metalnih konstrukcija u modelu, nedostatka asimetrije struja i idealnih radnih uslova. Uprkos tome, kvalitativni oblik raspodjele polja u potpunosti je u skladu sa mjerenjima, što potvrđuje validnost modela.

Na osnovu rezultata rada može se zaključiti da u posmatranom 110 kV postrojenju ne postoje kritične zone u kojima bi električno ili magnetno polje prelazilo preporučene granične vrijednosti u oblasti boravka operatorskog osoblja. Identifikovane zone povišenih vrijednosti nalaze se isključivo u neposrednoj blizini faznih provodnika i rastavljača, na udaljenostima na kojima se operateri ne kreću tokom normalnog rada postrojenja.

Iako simulacije i mjerenja potvrđuju bezbjednost postrojenja, u radu su definisane smjernice za dalje unapređenje elektromagnetnog okruženja, kao što su zaobljavanje ivica, ugradnja korona-prstenova, optimizacija faznog rasporeda, uvođenje feromagnetnih zaštitnih elemenata i optimizacija geometrije kontakata. Ove mjere predstavljaju opšte preporuke za buduća unapređenja, naročito kod rekonstrukcije postrojenja ili projektovanja novih 110 kV polja.

Konačno, razvijena metodologija predstavlja prvi dokumentovani pristup trodimenzionalnoj simulaciji električnog i magnetnog polja u realnom visokonaponskom postrojenju u Crnoj Gori, čime rad daje značajan doprinos domaćoj inženjerskoj praksi. Model se može koristiti za:

- procjene izloženosti elektromagnetnim poljima,
- analize bezbjednosti osoblja,
- projektovanje novih postrojenja,
- verifikaciju mjerenja,
- edukaciju i obuku budućih elektroinženjera.

Ovaj rad potvrđuje da napredne numeričke metode, kao što je FEM u ANSYS Maxwell okruženju, predstavljaju najprecizniji i najpouzdaniji alat za analizu elektromagnetnih fenomena u VN razvodnim postrojenjima i da omogućavaju novi nivo razumijevanja i optimizacije savremenih elektroenergetskih sistema.

11. LITERATURA

- [1] C. R. Paul, “Electromagnetics for Engineers”, McGraw-Hill Education, 2012.
- [2] ANSYS Inc., “ANSYS Maxwell User’s Guide”, ANSYS Electronics Desktop Documentation, 2021.
- [3] M. S. Ghania et al., “Evaluation of Magnetic Fields inside High Voltage Substations with Different Configurations”, *Engineering, Technology & Applied Science Research*, 13(6), 2023.
- [4] R. Devanathan, “Electromagnetic & Electrostatic Study in High Voltage Switchyard”, COMSOL Conference Paper, 2015.
- [5] D. Medved and V. Žvanda, “Electromagnetic Field Distribution Modeling and Measuring of the Electric Substation”, *Electrical Engineering Journal*, Slovakia, 2019.
- [6] IDOM, “Andalucía II Offshore Substation – Study of Electromagnetic Fields”, Internal Report, 2021.
- [7] X. Yang et al., “Measurement and Analysis on Magnetic Field Influence of Substation”, *MDPI Applied Sciences*, 13(5), 2023.
- [8] G. Fontgalland et al., “Evaluation of Electric and Magnetic Field in High Voltage Substations”, *MDPI Applied Sciences*, 13(5), 2023.
- [9] G. Visan, “Electric and Magnetic Field Distribution Inside High Voltage Power Substations: Numerical Modeling and Experimental Measurements”, *Asia-Pacific Int. Symp. on Electromagnetic Compatibility*, 2010.
- [10] M. Shariatinasab and H. Hashemipour, “Numerical and Experimental Investigation of Electromagnetic Field in High Voltage Substations”, *IEEE Trans. Power Delivery*, 2021.
- [11] ICNIRP Guidelines (2020). “Guidelines for Limiting Exposure to Electric and Magnetic Fields (1 Hz to 100 kHz)”.
- [12] IEEE Standard C95.6 (2019). “Safety Levels with Respect to Human Exposure to Electromagnetic Fields”.
- [13] Izvještaj o mjerenju elektromagnetnih polja u HE „Perućica“, Univerzitet Crne Gore (2022).
- [14] Cheng, D. K. (1989). *Field and Wave Electromagnetics* (2nd ed.). Addison-Wesley.
- [15] Griffiths, D. J. (2017). *Introduction to Electrodynamics* (4th ed.). Cambridge University Press.
- [16] Jackson, J. D. (1999). *Classical Electrodynamics* (3rd ed.). Wiley.

- [17] Sadiku, M. N. O. (2021). *Elements of Electromagnetics* (7th ed.). Oxford University Press.
- [18] Ulaby, F. T., Michielssen, E., & Ravaioli, U. (2015). *Fundamentals of Applied Electromagnetics* (7th ed.).
- [19] Ismo Lindell, Ari Sihvola (2019) *Boundary Conditions in Electromagnetics*. Wiley Online Library
- [20] Ida, N. (2015). *Engineering Electromagnetics*, Springer
- [21] Ramo, S., Whinnery, J. R., & Van Duzer, T. (1994). *Fields and Waves in Communication Electronics*, 3rd ed., Wiley
- [22] Ghania, M. S. et al. (2023). *Evaluation of Magnetic Fields inside High Voltage Substations*.
- [23] Ellingson, R. *Electromagnetics I* (Lecture Notes, 2023).
- [24] Tong, D. *Vector Calculus – Lecture 5: Poisson and Laplace Equations*, University of Cambridge.
- [25] Lucht, P. (2019). *Bipolar Coordinates and the Two-Cylinder Capacitor*. University of Florida.
- [26] Lekner, J. (2013). *Electrostatics of Two Charged Cylinders*. *Proceedings of the Royal Society A*
- [27] Devanathan, R. (2021). *Electrostatic Field Analysis in High Voltage Switchyards Using FEM*. *IEEE Transactions on Power Delivery*.
- [28] Self-Capacitance of Coupled Toroidal Inductors for EMI Filters - Scientific Figure on ResearchGate. Available from: https://www.researchgate.net/figure/Electric-field-distribution-for-two-parallel-wires-with-opposite-charges_fig6_275055795
[accessed 22 Nov 2025]
- [29] UOBabylon, *Electrostatics: Boundary Conditions between Two Dielectrics*, Lecture Notes, 2022.
- [30] Korona prsten – preuzeto sa <https://electricalbaba.com/corona-ring-how-does-it-work/>
[accessed 22 Nov 2025]
- [31] Difference between Corona Rings And Grading Rings in Overhead Lines Power System – preuzeto sa <https://www.gradingring.com/blog/difference-between-corona-rings-and-grading-rings-in-overhead-lines-power-system>
[accessed 22 Nov 2025]
- [32] Kuffel, E., Zaengl, W. S., *High Voltage Engineering: Fundamentals*, Butterworth-Heinemann, 2013.

- [33] COMSOL Multiphysics, *Electrostatics Module User's Guide*, 2022.
- [34] Riba, J.-R., *Review of Peek's Formula and Electric Field in Conductors*, *Energies*, 2020.
- [35] Gouda, O. E., et al. (2025). *Computation of Electric Field on High Voltage Polymeric Insulators Using FEM*. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*.
- [36] Hussain, M., et al. (2023). *Electric Field Distribution and Corona Performance of Composite Insulators with Grading Rings*. *Energies*.
- [37] IEC TS 60815-1:2008, *Selection and Dimensioning of High-Voltage Insulators for Polluted Conditions – Part 1: Definitions, Principles and Application Guidelines*.
- [38] IEC TS 60815-3:2016, *Part 3: Polymer Insulators for AC Systems*.
- [39] Riba, J.-R. (2025). *Reassessment of Peek's Formula for Corona Onset Electric Field in Air*. *Electric Power Systems Research*.
- [40] Rastavljač – preuzeto sa <https://www.koncar.hr/hr/kap/rastavljac>
[accessed 22 Nov 2025]
- [41] Devanathan, R. (2021). *IEEE Transactions on Power Delivery*.
- [42] Fitzgerald, A. E., Kingsley, C., & Umans, S. (2013). *Electric Machinery* (7th ed.). McGraw-Hill.
- [43] Jin, J.-M. *The Finite Element Method in Electromagnetics*, 3rd ed., Wiley, 2014.
- [44] Monk, P. *Finite Element Methods for Maxwell's Equations*, OUP, 2003.
- [45] Hiptmair, R. (2002). "Finite elements in computational electromagnetism". *Acta Numerica*.
- [46] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., Zhu, J.Z. (2013). *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*.
- [47] European Parliament and Council (2013). *Directive 2013/35/EU on the minimum health and safety requirements regarding the exposure of workers to the risks arising from physical agents (electromagnetic fields)*.
- [48] Murray Stickland - *Autodesk Fusion User Guide: The Step-by-Step 3D CAD Manual to Learn Manufacturing, Design, Modeling, Rendering, Drawings, and CNC Programming*
- [49] Dnevni pogonski izvještaj HE „Perućica“ za dan 16.01.2020. godine
- [50] IEC 60038 – Standard Voltages, International Electrotechnical Commission, 2011.
- [51] IEEE Std 1312-2021 – IEEE Guide for Selecting Monitoring Systems for Line Voltage.

- [52] G. Riba, “*Electric Field Calculation of High-Voltage Bare Conductors Considering Roughness Effects*,” *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 2020.
- [53] A. Hussain et al., “*Impact of Environmental Conditions on E-Field Distribution of HV Insulators*,” *IEEE DEI*, 2023.
- [54] IEEE Std 519-2014 – Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control.
- [55] Krause, P., et al. (2013). *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*. IEEE Press.

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I
MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

Izjava o istovjetnosti štampane i elektronske verzije master rada

Ime i prezime autora Petar Radović

Broj indeksa/upisa 9/23

Studijski program Elektroenergetski sistemi

Naslov rada Doprinos određivanju prostorne raspodjele električnog i magnetnog polja u visokonaponskim razvodnim postrojenjima

Mentor Prof. dr. Vladan Radulović

Potpisani Petar Radović

Izjavljujem

da je štampana verzija mog master rada istovjetna elektronskoj verziji koju sam predao/la za objavljivanje u Digitalni arhiv Univerziteta Crne Gore.

Istovremeno izjavljujem da dozvoljavam objavljivanje mojih ličnih podataka u vezi sa dobijanjem akademskog naziva master nauka, kao što su ime i prezime, godina i mjesto rođenja, naslov master rada i datum odbrane rada.

U Podgorici, 24.11.2025. godine

Potpis magistranda

Petar Radović

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I
MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

IZJAVA O KORIŠĆENJU

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku da u Digitalnom arhivu Univerziteta Crne Gore pohrani
moj master rad pod nazivom;

**“Doprinos određivanju prostorne raspodjele električnog i magnetnog polja u
visokonaponskim razvodnim postrojenjima”**

koji je moje autorsko djelo.

Master rad sa svim prilogima predao/la sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno
arhiviranje.

Moj master rad pohranjen u Digitalnom arhivu Univerziteta Crne Gore mogu da koriste svi koji
poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons)
za koju sam se odlučio/la.

1. Autorstvo
2. Autorstvo – nekomercijalno
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade
4. Autorstvo – nekomercijalno – dijeliti pod istim uslovima
5. Autorstvo – bez prerade
6. Autorstvo – dijeliti pod istim uslovima

*(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci, kratak opis licenci dat je
na poslednjoj listi).*

U Podgorici, 24.11.2025. godine

Polpis magistranda

Petar Radović

DOPRINOS ODREĐIVANJU PROSTORNE RASPODJELE ELEKTRIČNOG I
MAGNETNOG POLJA U VISOKONAPONSKIM RAZVODNIM POSTROJENJIMA

1. Autorstvo - Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje djela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslabodnija od svih licenci.
2. Autorstvo - nekomercijalno. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje djela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu djela.
3. Autorstvo - nekomercijalno - bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje djela, bez promjena, preoblikovanja ili upotrebe djela u svom djelu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu djela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja djela.
4. Autorstvo - nekomercijalno - dijeliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje djela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu djela i prerade.
5. Autorstvo - bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje djela, bez promjena, preoblikovanja ili upotrebe djela u svom djelu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu djela.

Autorstvo - dijeliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje djela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu djela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda